

УДК 629.735.45.036-843.8:621.833:519.863

Анализ возможности применения топологической оптимизации при проектировании зубчатых передач

Васильев Б.Е.^{1,2}, Калинин Д.В.^{1,2},
Свинарева М.С.,^{1,*}, Гудков Н.А.^{1,2}

* svinareva@ciam.ru

¹Центральный институт авиационного моторостроения
им. П.И. Баранова, Москва, Россия

²МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Представлены результаты исследований возможности применения топологической оптимизации (ТО) при проектировании зубчатых передач перспективных двигателей. На примере типовых конструкций шестерен проведена их ТО с целью снижения их массы и податливости, а также отстройки от резонансов. В результате оптимизации получены конструкции шестерен, имеющих большую жесткость, а также массу меньше прототипов на 10%-18%. Дополнительно указаны возможные способы изготовления получившихся в результате оптимизации конструкций шестерен. Анализ результатов, полученных в данной работе, показал возможность применения ТО при проектировании зубчатых передач перспективных двигателей.

Ключевые слова: топологическая оптимизация; шестерня; зубчатая передача

Введение

Используемые в промышленности методы проектирования зубчатых передач направлены на обеспечение изгибной и контактной выносливости зубьев, отсутствия заедания и выбор оптимальных параметров зацепления. Существует значительный разрыв между требованиями к величинам допустимых изгибных и контактных напряжений в зубьях и к напряженному состоянию остальной части конструкции зубчатого колеса. По этой причине при эксплуатации трансмиссий вертолетов и коробок приводов авиационных двигателей сложилась ситуация, при которой стремление к уменьшению массы колес привело к значительному росту случаев поломок авиационных зубчатых колес, сопровождаемых развитием усталостных трещин по диафрагмам колес, а также выкрашиваний зубчатых колес, вызванных нарушением в зацеплении зубьев вследствие деформаций зубчатых

венцов под действием осевых нагрузок. Таким образом, недостаточная жесткость конструкций зубчатых колес может привести к следующим последствиям:

- высоким осевым деформациям зубчатого венца косозубых колес, приводящим к неблагоприятному контакту рабочих поверхностей зубьев и, как следствие, к возникновению выкрашивания и питтинга;
- попаданию собственных частот колес в рабочий диапазон, что может привести к возникновению усталостных трещин во впадинах зубьев;
- периодическому изменению жесткости диафрагмы, обусловленному наличием отверстий или ребер жесткости, обуславливающему дополнительное возбуждение параметрических колебаний в системе.

Строгие требования к снижению массы авиационных приводов и редукторов вертолетов обуславливают необходимость использования при проектировании зубчатых колес подходов, обеспечивающих удовлетворение разнообразным требованиям.

Описание используемых методов конструктивно-прочностной оптимизации деталей ГТД

Одной из наметившихся тенденций при проектировании деталей и узлов, в том числе газотурбинных двигателей, является широкое применение методов оптимизации.

Наиболее распространенным подходом в оптимальном проектировании является использование параметризованной модели, позволяющей проводить варьирование некоторых размеров в заданных пределах при соблюдении наложенных условий, которыми, в частности, могут являться заданный уровень напряжений или запасов прочности. Когда конструкцию детали сложно принципиально улучшить путем варьирования размеров при сохранении ее общей конфигурации, приходится применять принципиально другие подходы к определению конструктивного облика, например, топологическую оптимизацию (ТО).

Целью ТО является определение оптимального распределения материала в области проектирования при заданных нагрузках с удовлетворением критериев и ограничений оптимизации [1, 2]. Для этого зачастую используется метод конечных элементов (МКЭ). Каждому конечному элементу (КЭ) приписывается условная (приведенная) плотность, управляющая вкладом КЭ в глобальную матрицу жесткости. Решением задачи ТО в данной постановке является распределение условной плотности в области проектирования. В качестве критериев и ограничений при ТО могут выступать различные функции (и их сочетания), такие как, например, податливость или потенциальная энергия деформации, объем, перемещения, прочностные характеристики (более подробно процесс ТО применительно к лопаткам турбин представлен в [3]).

Наиболее распространенным и используемым в данной работе методом является метод пенализации для твердого изотропного тела SIMP (Solid Isotropic Material with Penalty). В этом методе в качестве параметра пенализации используется штраф, накладываемый на значение условной плотности материала, причем модуль упругости материала

в элементе связан степенным законом со значениями условной плотности материала элемента (подробнее о методе ТО см. [3,4,5]).

Логично предположить, что в симметричной области проектирования с симметричными граничными условиями (ГУ) и нагрузками (например, зубчатые передачи) результат оптимизации топологии тоже будет тоже должен быть симметричен. Однако в [6, 7] показано, что для одной и той же постановки задачи можно получить несколько разных конструкций, удовлетворяющих заданным начальным требованиям, и не все из них будут симметричны. Авторами указанных работ утверждается, что чем выше параметр пенализации (штраф, накладываемый на значение условной плотности), тем выше вероятность получения несимметричной конструкции при симметричных ГУ и симметричной начальной геометрии. Каждая уникальная постановка задачи имеет не одно решение, удовлетворяющее условиям ТО. В процессе расчёта может возникнуть «точка бифуркации» решения: при разных параметрах оптимизации (коэффициент пенализации, критерий сходимости и т.д.) для одинаковой постановки задачи получается различное распределение условной плотности. При этом симметричное решение зачастую не является лучшим, хотя и удовлетворяет критериям оптимизации[8].

Топологическая оптимизация конструкций авиационных зубчатых колес

К авиационным зубчатым колесам относятся колеса главных редукторов и хвостовых трансмиссий вертолетов, коробок приводов авиационных двигателей, редукторов привода вентилятора газотурбинных двигателей (ГТД). К наиболее актуальным задачам совершенствования конструкций таких колес, в которых целесообразно использовать метод ТО, относятся следующие:

- повышение жесткости диафрагмы (ступицы) косозубой шестерни в осевом направлении для исключения влияния деформации венца на зацепление (зубчатые передачи входных и главных редукторов вертолетов);
- отстройка собственных частот колебаний колес из рабочего диапазона (высокооборотные передачи коробок приводов двигателей);
- снижение массы прямозубых цилиндрических колес с развитой диафрагмой (зубчатые передачи коробок приводов и вертолетных редукторов).

В данной статье представлены результаты оптимизации для каждой из описанных задач на примере реальных конструкций авиационных зубчатых колес.

Особенностью косозубых зубчатых колес является присутствие осевой составляющей силы в зацеплении. В конструкциях косозубых зубчатых колес вертолетных редукторов с тонкостенной диафрагмой, параметры которой выбираются из условия минимального веса шестерни, под действием осевых сил могут происходить значительные перемещения зубьев в осевом направлении, приводящие к появлению выкрашивания рабочих поверхностей зубьев и другим дефектам.

Для проведения оптимизации №1 в качестве исходной выбрана конструкция косозубого зубчатого колеса, обладающего недостаточной жесткостью диафрагмы в осевом направлении. Для упрощения расчета и возможности получения нового конструктивного

облика использованы геометрические упрощения: зубья заменены на цилиндр с внешним диаметром, совпадающим с делительной окружностью; диафрагма заменена областью проектирования в форме цилиндра (рисунок 1а). Материал колеса сталь 12Х2Н4А. В качестве целевой функции выбрана минимизация упругой энергии деформации (минимизация податливости). Ограничение – масса оптимальной конструкции не более 10% от области проектирования.

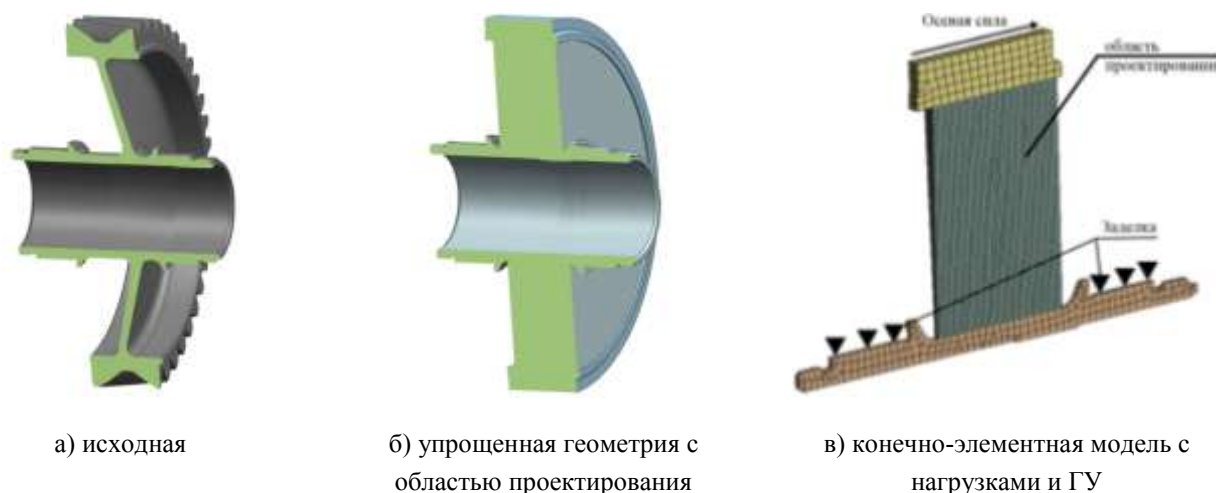


Рис.1 Модели зубчатого колеса

ГУ и нагрузки, применяемые в расчете (рисунок 1в):

- закрепление в местах посадки подшипников (в случае роликового подшипника допускается возможность осевого перемещения, в случае шарикового добавляется осевая фиксация). Рассмотрено три сочетания пар подшипников по направлению действия осевой силы: шариковый-роликовый, роликовый-шариковый, шариковый-шариковый (варианты 1 – 3 соответственно);
- осевая нагрузка приложена к внешнему диаметру модели колеса как аналог осевых сил в зацеплении. Равномерное распределение нагрузки по окружности колеса и ширине диафрагмы обусловлено тем, что в процессе зацепления последовательно нагружается каждый зуб;
- условие циклической симметрии, приложенное на грани сектора;

Для упрощения расчета центробежные силы не учитывались при оптимизации, однако учитывались при поверочном расчете. Анализ предварительных результатов, полученных авторами, показал, что для данной конструкции центробежных сил влияние на результат ТО несущественно.

Результаты ТО показали, что форма оптимизированной диафрагмы принципиально отличается в зависимости от ГУ. Для варианта 1 новая диафрагма представляет собой два конусных участка, переходящие в одну тонкую стенку, соединенную с зубчатым венцом у торца, со стороны которого действует осевая сила (рисунок 2а). При сочетании подшипников по схеме варианта 2 в оптимизированной конструкции диафрагмы добавляется тонкая стенка, соединяющая место перехода трех стенок и противоположный край венца шестерни (рисунок 2б). Оптимизированная конструкция варианта 3 имеет вид, аналогич-

ный варианту 1 за исключением участка вала между шейками подшипников внутри конусных стенок диафрагмы (рисунок 2в). Похожее конструктивное исполнение диафрагмы косозубого колеса встречается в некоторых схемах авиационных двигателей и вертолетных трансмиссий.

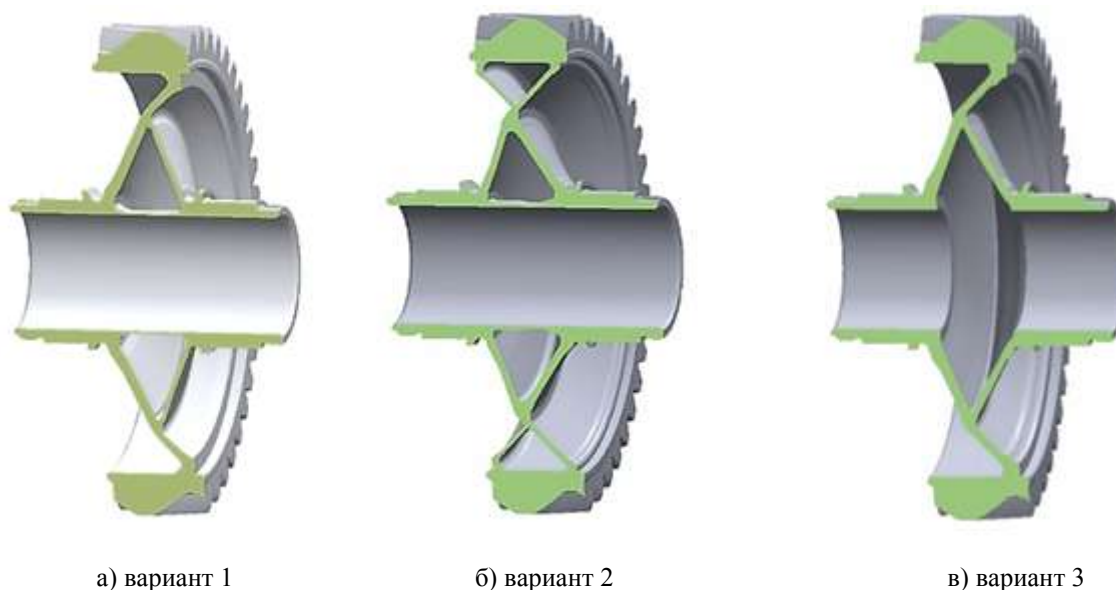
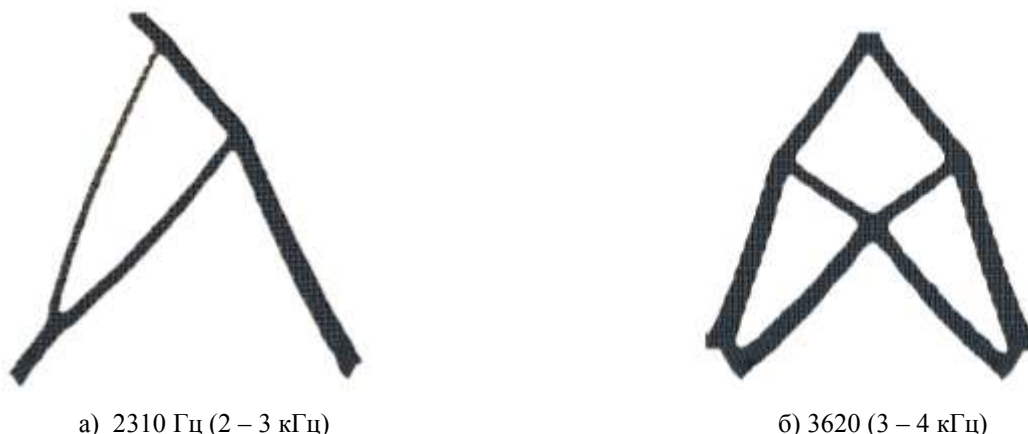


Рис.2 Варианты конструкций, полученных в результате ТО

Проектирование авиационных зубчатых колес в соответствии с рекомендациями Норм прочности необходимо осуществлять таким образом, чтобы собственные частоты колеса не попадали в рабочий диапазон вращения. Однако спектр опасных собственных частот зубчатых колес является достаточно плотным, а рабочий диапазон, например, частот вращения зубчатых колес коробок приводов – достаточно широким. В связи с этим полная отстройка собственных частот в конструкциях зубчатых колес традиционными методами проектирования является затруднительной.

На примере рассмотренного косозубого колеса решена задача ТО с ограничениями на частоты собственных колебаний. В качестве целевой функции выбрано требование минимизации массы колеса. В соответствии с результатами модального анализа и значениями частот рабочего диапазона ограничения заданы на первую собственную частоту. Исходя из опыта эксплуатации рассмотрено два варианта ограничений: от 2кГц до 3кГц и от 3кГц до 4 кГц. Дополнительных ограничений на толщину диафрагмы нет. Для уменьшения времени расчета КЭМ была реализована в виде небольшого сектора колеса с граничными условиями в виде симметрии на границах сектора. Осевая нагрузка прикладывалась по всему внешнему диаметру, а закрепление реализовано в местах посадки подшипников. Область проектирования выбрана по аналогии с рассмотренной выше задачей оптимизации данного колеса (рисунок 2).

Результаты ТО с отстройкой собственных частот (оптимизация №2) представлены на рисунке 3 в виде радиальных сечений диафрагмы. На рисунке 3 показаны элементы со значениями условной плотности выше 0,5.



а) 2310 Гц (2 – 3 кГц)

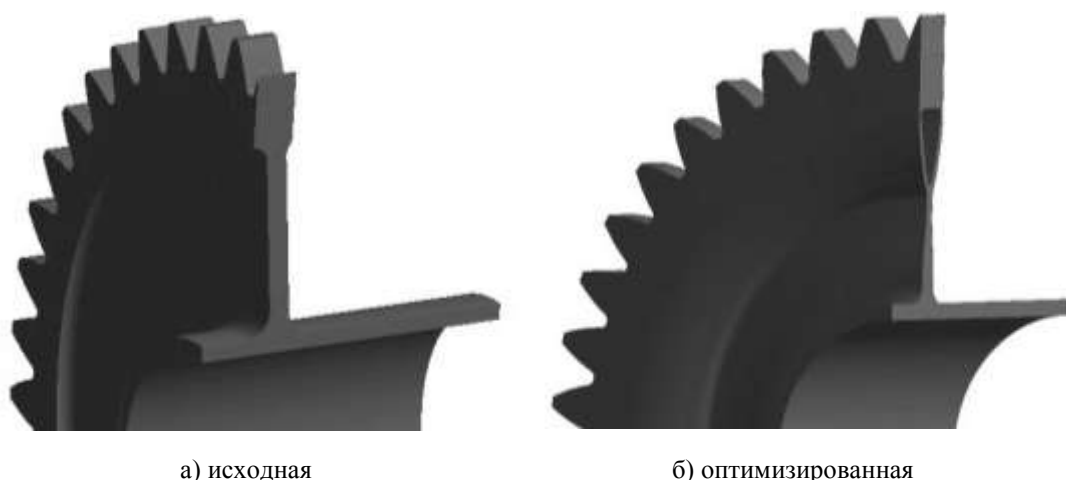
б) 3620 (3 – 4 кГц)

Рисунок 3 – Сечение диафрагмы колеса для конструкций, полученных ТО с ограничениями на значения первой собственной частоты

Как видно из рисунка 3, полученные по результатам оптимизации конструкции имеют внутренние замкнутые полости, что значительно затрудняет их изготовление с помощью традиционных методов. Однако данные результаты могут быть использованы при выборе направления изменения оригинальной конструкции шестерни при ее отстройке с помощью методов параметрической оптимизации [9]. Таким образом, целесообразным является применение подхода, заключающегося в использовании ТО для определения топологии детали и уточнении её с помощью параметрической оптимизации.

Для прямозубых цилиндрических шестерен, в зацеплении которых действует только окружная и радиальная силы, возможно максимальное утонение диафрагмы, работающей исключительно на кручение. Однако, учитывая сжимающее действие радиальных сил, конструкция должна иметь необходимую жесткость для сопротивления потере устойчивости при неравномерном распределении нагрузки вдоль линии зуба. Проведено решение задачи ТО на примере прямозубой шестерни привода вентилятора системы охлаждения вертолета.

Результаты ТО прямозубой шестерни привода вентилятора представлены на рисунке 4 (оптимизация №3). Оптимизированная конструкция имеет разветвление диафрагмы у венца и внутреннюю замкнутую полость.



а) исходная

б) оптимизированная

Рисунок 4 – Модели конструкции прямозубой шестерни привода вентилятора

Данная конструкция также не может быть использована для изготовления шестерен традиционными методами. Однако для легких зубчатых колес данное решение может быть реализовано при использовании аддитивных технологий. При этом разветвление диафрагмы у зубчатого венца обеспечит более равномерное и благоприятное распределение контактных напряжений на рабочих поверхностях зубьев. Стоит отметить, что при различных постановках задачи оптимизации не был получен результат с отверстиями в диафрагме, часто используемыми в конструкциях некоторых авиационных двигателей. Оптимизированная конструкция шестерни имеет массу на 18% меньше в сравнении с оригиналом.

Поверочный расчёт и анализ результатов

Для сравнения исходной и оптимизированной доработанной конструкций косозубого зубчатого колеса (оптимизация №1 вариант №1) выполнены два расчета в одинаковой постановке. Так как нагрузка от зацепления не является осесимметричной, расчетная модель представляет собой цельное колесо. Граничные условия в виде заделки приложены к местам посадки подшипников. Усилия от зацепления приложены к рабочим поверхностям двух зубьев: осевая сила величиной 8700Н, радиальная 13100Н и окружная 26800Н. Задана частота вращения 9000 об/мин.

Результаты представлены в виде распределения осевых перемещений (рисунок 5). Также проведено сравнение уровня эквивалентных напряжений по Мизесу: значения максимальных напряжений в исходной конструкции достигают 622 МПа, а в оптимизированной – 536 МПа.

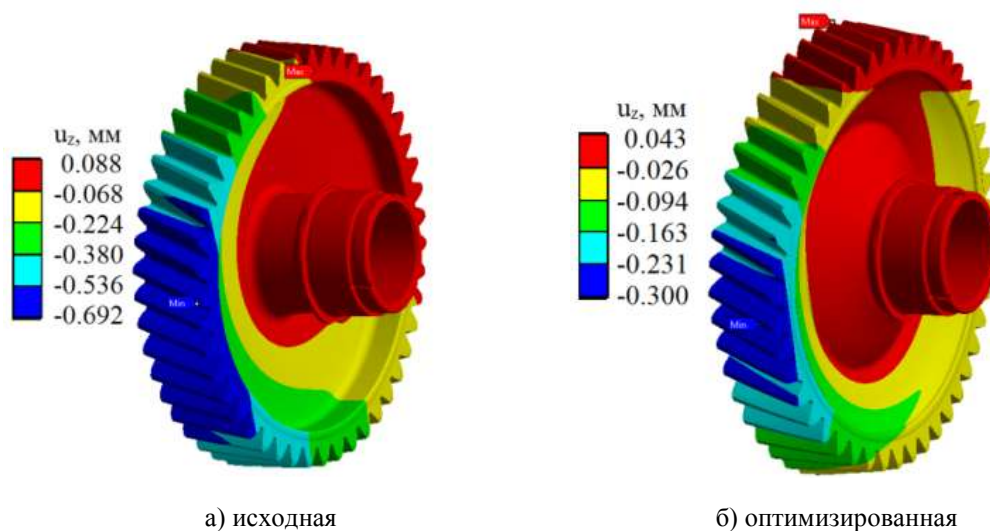


Рисунок 5 – Осевые перемещения для двух вариантов конструкций косозубого колеса

Значения максимальных перемещений приведены в таблице 1.

Таблица 1- Результаты расчётов исходного и оптимизированного вариантов шестерен

Максимальные перемещения, мм		
	Исходное колесо	Оптимизированное колесо
Суммарные	0,750	0,352
Осевые	0,692	0,300
Радиальные	0,239	0,145
Окружные	0,234	0,202

Анализ результатов, представленных в таблице 1, показал, что по результатам ТО с целью снижения осевых перемещений венца зубчатого колеса удалось достичь повышения жесткости венца в осевом направлении более чем в 2 раза при выигрыше в массе (-10%) и снижении максимальных эквивалентных напряжений (-13%). Шестерня оптимизированной конструкции с устраненным участком вала (вариант 3) может быть изготовлена как традиционными методами, так и методами аддитивных технологий (АТ) [10]. Варианты 1 и 2 – только методами АТ. Возможность изготовления методами АТ подтверждена изготовлением из пластика с помощью данных методов уменьшенной модели шестерни варианта 1.

Заключение

1. Анализ полученных результатов расчетов показал возможность применения топологической оптимизации при проектировании зубчатых передач с учётом требований по массе, жесткости, собственным частотам колебаний. Рекомендуется уточнять конструктивный облик деталей с помощью параметрической оптимизации после проведения ТО и проработки результатов.

2. В результате проведения топологической оптимизации и последующей конструктивной проработки получены модели:

- косоугольного колеса с улучшенными по сравнению с исходной эксплуатационными характеристиками: уменьшенная на 10% масса, повышенная в 2 раза жесткость и уровень максимальных эквивалентных напряжений ниже на 13%;
- косоугольного колеса, отстроенного от возможных резонансов в рабочем диапазоне частот;
- прямоугольного колеса с улучшенными по сравнению с исходной эксплуатационными характеристиками: уменьшенная на 10% масса при сохранении крутильной жесткости исходной конструкции.

3. Симбиоз новых подходов к проектированию и технологий производства, наряду с использованием новых материалов, может позволить существенно повысить характеристики деталей, узлов и изделий в целом.

Список литературы

1. Seppälä J., Hupfer A. Topology optimization in structural design of a LP turbine guide vane: potential of additive manufacturing for weight reduction // ASME Turbo Expo 2014: Turbine technical conf. and exposition (Dusseldorf, Germany, June 16-20, 2014): Proc. N.Y.: ASME, 2014. 10 p. DOI: [10.1115/GT2014-25637](https://doi.org/10.1115/GT2014-25637)
2. Rozvany G.I.N. A critical review of established methods of structural topology optimization // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2009. Vol. 37. No. 3. Pp. 217-237. DOI: [10.1007/s00158-007-0217-0](https://doi.org/10.1007/s00158-007-0217-0)
3. Васильев Б.Е., Магеррамова Л.А. Анализ возможности применения топологической оптимизации при проектировании неохлаждаемых рабочих лопаток турбин // Вестник Самарского ун-та. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2015. Т. 14. № 3. Ч. 1. Спец. вып. С. 139-147. DOI: [10.18287/2412-7329-2015-14-3-139-147](https://doi.org/10.18287/2412-7329-2015-14-3-139-147)
4. Browne P.A. Topology optimization of linear elastic structures: doct. diss. ... 2013. 180 p.
5. Сысоева В.В., Чедрик В.В. Алгоритмы оптимизации топологии силовых конструкций // Учёные записки ЦАГИ. 2011. Т. 42. №. 2. С. 91-102.
6. Stolpe M. On some fundamental properties of structural topology optimization problems // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2010. Vol. 41. No. 5. Pp. 661-670. DOI: [10.1007/s00158-009-0476-z](https://doi.org/10.1007/s00158-009-0476-z)
7. Rozvany G.I.N. On symmetry and non-uniqueness in exact topology optimization // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2011. Vol. 43. No. 3. Pp. 297-317. DOI: [10.1007/s00158-010-0564-0](https://doi.org/10.1007/s00158-010-0564-0)
8. Ryo Watada, Makoto Ohsaki, Yoshihiro Kanno. Non-uniqueness and symmetry of optimal topology of a shell for minimum compliance // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2011. Vol. 43. No. 4. Pp. 459-471. DOI: [10.1007/s00158-010-0587-6](https://doi.org/10.1007/s00158-010-0587-6)
9. Salnikov A.V. Strength reliability of turbine rotor ensuring based on multidisciplinary optimization // 29th Congress of the Intern. Council of the Aeronautical Sciences: ICAS 2014 (St. Petersburg, Russia, Sept. 7-12, 2014): Proc. Vol. 3. Red Hook: ICAS, 2014. Pp. 2669-2675.
10. Магеррамова Л.А., Ножницкий Ю.А., Васильев Б. Е., Кинзбургский В.С. Применение аддитивных технологий для изготовления деталей перспективных газотурбинных двигателей // Технология легких сплавов. 2015. № 4. С. 7-13.

A Feasibility Analysis to Use Topological Optimization in Gear Design

B.E. Vasilyev^{1,2}, D.V. Kalinin^{1,2},
M.S. Svinareva^{1,*}, N.A. Gudkov^{1,2}

* svinareva@ciam.ru

¹Central Institute of Aviation Motors n.a. P.I. Baranov,
Moscow, Russia

²Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: topology optimization; gears

The paper conducts a feasibility analysis for using a topology optimization (TO) when designing the gears for advanced engines.

The goal of TO is to find an optimal material distribution in designing area for given loads with constraints consideration. This study performs 3D computations using a finite-element analysis.

Optimization of the certain statements of the problem has been provided. In case 1 an increasing rigidity of diaphragm of the helical gear with decreasing mass was specified, as a criterion. As a result of optimization there were two conical sections getting into one thin wall, connected at the face where the axial force is applied. Some aviation engine and helicopter transmission schemes have a similar embodiment of a diaphragm of the helical gear. In case 2 the frequency detuning was carried out. The result is a complicated design, containing closed cavities, so it is hard to manufacture it by traditional manufacturing methods. Case 3 solves a problem of increasing torsional rigidity with mass restrictions. The optimized design has a splitting diaphragm and a closed cavity.

The final calculation is carried out for case 1. As a result, maximum displacements for initial and optimized designs are obtained. The analysis and comparing results have shown that the optimized design has over 2 times increased diaphragm rigidity as compared to the initial design, with mass being 10 % less and equivalent stresses reduced by 13%.

The analysis of the results has shown that TO can be used in designing gears taking into account the requirements for mass, rigidity, natural frequencies. It is advisable to refine a design of components using parametric optimization after TO and engineering study of results.

References

1. Seppälä J., Hupfer A. Topology optimization in structural design of a LP turbine guide vane: potential of additive manufacturing for weight reduction // ASME Turbo Expo 2014: Turbine technical conf. and exposition (Dusseldorf, Germany, June 16-20, 2014): Proc. N.Y.: ASME, 2014. 10 p. DOI: [10.1115/GT2014-25637](https://doi.org/10.1115/GT2014-25637)
2. Rozvany G.I.N. A critical review of established methods of structural topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2009, vol. 37, no. 3, pp. 217-237. DOI: [10.1007/s00158-007-0217-0](https://doi.org/10.1007/s00158-007-0217-0)
3. Vasil'ev B.E., Magerramova L.A. Analysis of the possibility of using topology optimization in the design of uncooled turbine rotor blades. *Vestnik Saratovskogo universiteta. Aerokosmicheskaya tekhnika, tekhnologii i mashinostroenie* [Vestnik of Samara Univ. Aerospace and Mechanical Engineering], 2015, vol. 14, no. 3, pt.1: spec. iss., pp. 139-147. DOI: [10.18287/2412-7329-2015-14-3-139-147](https://doi.org/10.18287/2412-7329-2015-14-3-139-147) (in Russian)
4. Browne P.A. Topology optimization of linear elastic structures: doct. diss. ... 2013. 180 p.
5. Sysoeva V.V., Chedrik V.V. Algorithms for optimizing the topology of power structures. *Uchenye zapiski TSAGI* [Proc. of the TSAGI], 2011, vol. 42, no. 2, pp. 91-102 (in Russian).
6. Stolpe M. On some fundamental properties of structural topology optimization problems. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2010, vol. 41, no. 5, pp. 661-670. DOI: [10.1007/s00158-009-0476-z](https://doi.org/10.1007/s00158-009-0476-z)
7. Rozvany G.I.N. On symmetry and non-uniqueness in exact topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2011, vol. 43, no. 3, pp. 297-317. DOI: [10.1007/s00158-010-0564-0](https://doi.org/10.1007/s00158-010-0564-0)
8. Ryo Watada, Makoto Ohsaki, Yoshihiro Kanno. Non-uniqueness and symmetry of optimal topology of a shell for minimum compliance. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2011, vol. 43, no. 4, pp. 459-471. DOI: [10.1007/s00158-010-0587-6](https://doi.org/10.1007/s00158-010-0587-6)
9. Salnikov A.V. Strength reliability of turbine rotor ensuring based on multidisciplinary optimization. *29th Congress of the Intern. Council of the Aeronautical Sciences: ICAS 2014* (St. Petersburg, Russia, Sept. 7-12, 2014): Proc. Vol. 3. Red Hook, 2014. Pp. 2669-2675.
10. Magerramova L.A., Nozhnitskij Yu.A., Vasil'ev B.E., Kinzburskij V.S. The use of additive technologies for production of advanced gas-turbine engine components. *Tekhnologiya legkikh splavov* [Technology of Light Alloys], 2015, no. 4, pp. 7-13 (in Russian).