

Машины и Установки

проектирование, разработка и эксплуатация

Сетевое издание
МОО "Стратегия объединения"
<http://maplants-journal.ru>

Ссылка на статью:
//Машины и установки: проектирование,
разработка и эксплуатация.
Электрон. журн. 2025. № 3. С. 11 – 20

DOI:

Представлена в редакцию: 12.09.2025

Принята к публикации: 01.10.2025

© МОО «Стратегия объединения»

УДК 629.3.027

Многомассовая имитационная модель рессорно-балансирной подвески

Комиссаров А.И.

komissarov@bmstu.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана (Москва, Россия)

В статье приводится описание пространственной многомассовой имитационной модели рессорно-балансирной подвески для задач динамического анализа грузовых колесных машин в программных комплексах автоматизированного динамического анализа систем тел, обеспечивающей адекватное отражение упруго-демпфирующих свойств и учитывающей особенности кинематики работы многоглифовой рессоры без использования конечно-элементных моделей рессор. Представленная модель может эффективно применяться в задачах динамического анализа многоосных колесных машин, требующих воспроизведения длительных временных реализаций и проведения многократных расчетов.

Ключевые слова: рессорно-балансирная подвеска, многомассовая имитационная модель, динамический анализ систем тел.

Введение

Рессорно-балансирная подвеска довольно часто используется в системах подпрессоривания трех- и четырехосных колесных машин в качестве подвески тележки, состоящей из пары задних осей, для выравнивания нагрузок на оси с целью предотвращения перегрузки шин и подшипников колес. Пример такой подвески приведен на рис. 1.

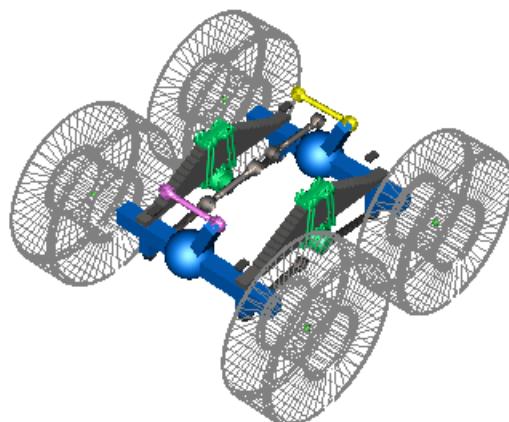


Рис. 1. Рессорно-балансирная подвеска задних осей грузового автомобиля

В настоящее время при разработке колесных машин обязательным этапом является проведение имитационного моделирования динамики машины в предполагаемых условиях эксплуатации для анализа параметров плавности хода, оптимизации параметров подвески и формирования временных реализаций для анализа усталостной долговечности несущей системы и элементов системы подрессоривания.

Эффективным средством проведения пространственного имитационного моделирования динамики колесных машин являются программные комплексы автоматизированного динамического анализа систем тел [1 – 4]. При создании математических имитационных моделей колесных машин с рессорно-балансирной подвеской для проведения динамического анализа определенную сложность представляет математическое описание работы рессор подвески.

Многолистовая рессора данной подвески одновременно выполняет функции направляющего, упругого и демпфирующего элементов. Известны несколько подходов к описанию работы многолистовой рессоры в задачах анализа динамики. Обзор и сравнительный анализ различных моделей рессор приведен в работах [5, 6]. Наиболее точным является способ, при котором каждый лист рессоры представляется в виде конечно-элементной модели, на каждом шаге расчета определяются его деформации, а также учитывается контактное взаимодействие и трение между листами рессоры и элементами крепления рессоры к раме и мосту [7, 8]. Такие модели требуют больших вычислительных затрат на каждом шаге расчета и существенно снижают быстродействие имитационной модели всей машины, что затрудняет их использование в задачах динамического анализа, требующих воспроизведения длительных временных реализаций и проведения многократных расчетов.

Поэтому часто рессоры представляют в моделях в виде набора из нескольких твердых тел, связанных, шарнирами и упруго-демпфирующими элементами. При использовании большого числа тел нетривиальной задачей является правильное распределение жесткостей связей, и затраты на расчет оказываются хоть и меньшими, чем в случае конечно-элементных моделей, но все еще значительными.

В данной работе предлагается подход к описанию рессорно-балансирной подвески, при котором рессора представляется в модели в виде всего двух твердых тел, соединенных с башмаком балансира вращательным шарниром, а друг с другом – упруго-демпфирующей связью, работающей на кручение, расположенными в геометрическом центре пакета рессор, и учитывается пространственная кинематика мостов. Данный подход отчасти аналогичен подходу, описанному в работе [9], однако отличается от него способом представления демпфирующих свойств рессоры и кинематической схемой эквивалентной механической системы, описывающей работу подвески.

Кинематика мостов также может описываться различными способами. Например, в работе [9] учитываются только перемещения мостов относительно рамы в поперечной вертикальной плоскости. Возможен вариант учета ограничений пространственных перемещений мостов при помощи введения модель невесомых стержней со сферическими шарнирами на концах для учета работы реактивных штанг. В предлагаемом в данной работе подходе для максимального приближения к кинематике и динамике реальной конструкции в модель введены реактивные штанги, как отдельные тела, обладающие массой и моментами инерции, связанные с рамой и мостами через упруго-демпфирующие связи.

Описание модели рессорно-балансирной подвески проводится на примере ее реализации в программном комплексе автоматизированного анализа динамики систем тел «Универсальный механизм».

1. Имитационная модель рессорно-балансирной подвески

На рис. 2 и в табл. 1. приведены тела модели рессорно-балансирной подвески. Каждая рессора разделена посередине на две одинаковых половины. Каждая реактивная штанга представлена отдельным телом.

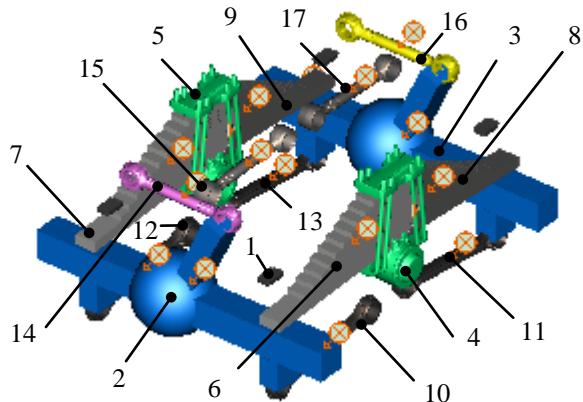


Рис. 2. Тела модели рессорно-балансирной подвески

Таблица 1. Тела модели балансирной тележки

№	Обозначение в модели	Комментарий
1	Рама	Фрагмент рамы
2	Мост1	Балка моста с элементами трансмиссии
3	Мост2	Балка моста с элементами трансмиссии
4	Башмак _L	Башмак со стремянкой в сборе
5	Башмак _R	Башмак со стремянкой в сборе
6	Рессора1L	Передняя половина левой рессоры
7	Рессора1R	Передняя половина правой рессоры
8	Рессора2L	Задняя половина левой рессоры
9	Рессора2R	Задняя половина правой рессоры
10	Штанга1L	Продольная реактивная штанга
11	Штанга2L	Продольная реактивная штанга
12	Штанга1R	Продольная реактивная штанга
13	Штанга2R	Продольная реактивная штанга
14	Штанга31	Поперечная реактивная штанга
15	Штанга41	Верхняя продольная реактивная штанга
16	Штанга32	Поперечная реактивная штанга
17	Штанга42	Верхняя продольная реактивная штанга

На рис. 3 а и 3 б и в табл. 2 и 3 приведены кинематические и силовые связи модели. В данной схеме перемещения мостов ограничены реактивными штангами, каждая из которых связана с соответствующим мостом и рамой машины через упруго-демпфирующие элементы, работающие по всем шести степеням свободы, а также рессорами, каждая половина которых связана с мостом через силовой элемент ограничивающий только перемещения рессоры по нормали к мосту. Между собой половины рессор каждого борта связаны через крутильный упругий элемент с сухим трением, а с башмаком – через вращательный шарнир.

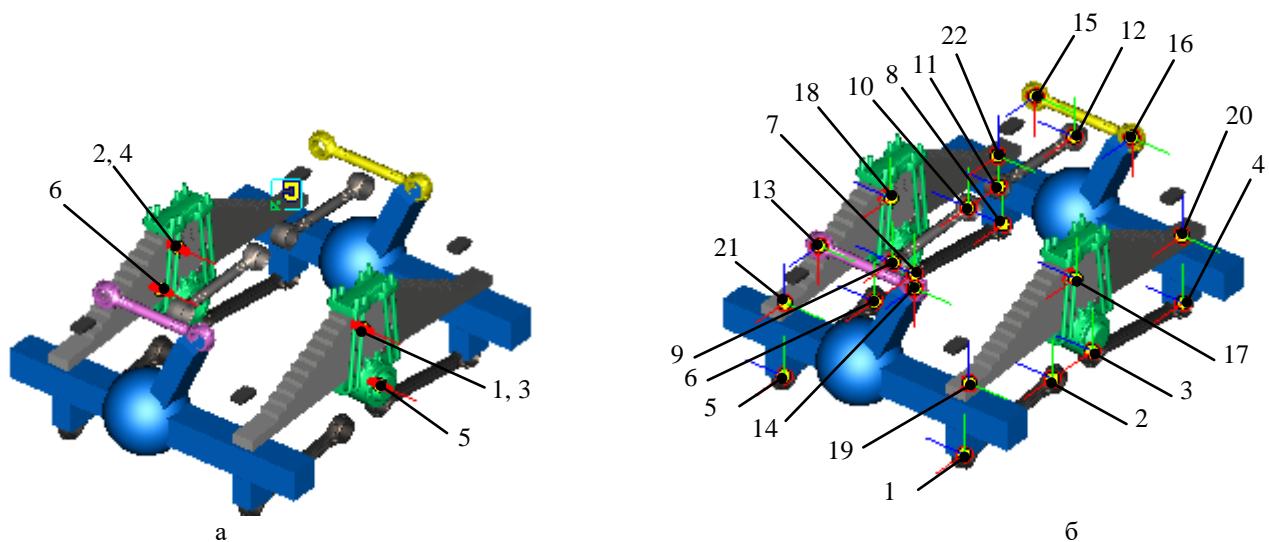


Рис. 2. Кинематические и силовые связи модели:
а – шарниры модели; б – силовые элементы модели

Таблица 2. – Шарниры модели балансирной тележки

№	Соединяемые тела	Тип шарнира
1	Башмак_L, Рессора1L	Вращательный
2	Башмак_R, Рессора1R	Вращательный
3	Башмак_L, Рессора2L	Вращательный
4	Башмак_R, Рессора2R	Вращательный
5	Башмак_L, Рама	Вращательный
6	Башмак_R, Рама	Вращательный

Таблица 3. – Силовые элементы модели балансирной тележки

№	Тип силовой связи
1 – 16	Сайлентблоки реактивных тяг
17	Крутильный упругий элемент с сухим трением и между половинами правой рессоры
18	Крутильный упругий элемент с сухим трением между половинами левой рессоры
19	Сайлентблок крепления правого переднего конца рессоры на раме
20	Сайлентблок крепления правого переднего конца рессоры на раме
21	Сайлентблок крепления левого заднего конца рессоры на раме
22	Сайлентблок крепления левого заднего конца рессоры на раме

В модели приняты одинаковые линейные упруго-демпфирующие характеристики для всех сайлентблоков крепления реактивных штанг по трем поступательным и двум вращательным степеням свободы (изгибным вокруг радиальных осей сайлентблока) с высокими значениями коэффициентов жесткости (порядка $1e7$ Н/м для поступательных упругих связей и $1e5$ Н/рад для вращательных) и нулевая осевая крутильная жесткость, для обеспечения вращательной степени свободы. Значения коэффициентов линейного демпфирования принимались на два порядка меньше значений соответствующих коэффициентов жесткости. Подобная силовая связь эквивалентна податливому вращательному шарниру.

2. Модель рессоры

Для иллюстрации кинематики рессоры в модели на рис. 4 приведена кинематическая и силовая схема системы, эквивалентной модели рессоры балансирной подвески, описанной в предыдущем разделе. Каждая половина рессоры в ней представлена в виде двух элементов: тяги и ползуна, связанных сферическим шарниром. Концы рессоры могут свободно скользить и поворачиваться относительно мостов, при этом их перемещение по нормали к опорным площадкам мостов запрещено.

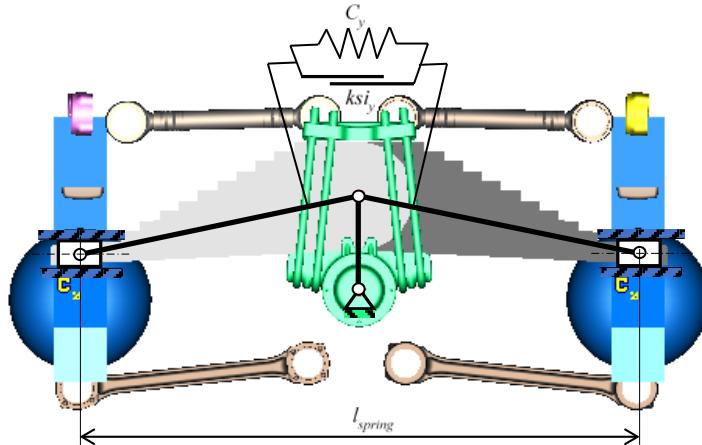


Рис. 4. – Схема модели рессоры балансирной подвески.

1 – задняя половина рессоры; 2 – передняя половина рессоры; 3 – башмак рессоры; 4, 5 – мосты балансирной тележки; 6 – рама

Связь между передней и задней половинами рессоры описывается моментом, который вычисляется по следующей формуле:

$$M = (M_0 - c_y \cdot \alpha) \cdot \left(1 - k_{si_y} \cdot \text{sign}\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)\right), \quad (1)$$

где c_y – крутильная жесткость упругой связи между передней и задней половинами рессоры, Н м / рад;

M_0 – упругий момент в рессоре в положении статического равновесия, Н м;

k_{si_y} – доля силы сухого трения от силы упругости; α – изменение угла между передней и задней половинами рессоры при отклонении от положения статического равновесия, рад (в положении статического равновесия $\alpha = 0$ рад).

Крутильная жесткость упругой связи между передней и задней половинами рессоры:

$$c_y = \frac{c_z \cdot l_{spring}}{16}, \quad (2)$$

где c_z – коэффициент линейной жесткости рессоры;

l_{spring} – рабочая длина рессоры.

Формула (2) получена из равенства вертикальных сил в центре рессоры предложенной модели и модели, в которой рессора описывается линейной вертикальной пружиной с линейной жесткостью рессоры.

Упругий момент в рессоре в положении статического равновесия:

$$M_0 = \frac{F_{z0} \cdot l_{spring}}{2}, \quad (3)$$

где F_{z0} – вертикальная сила, действующая на одно колесо балансирной тележки в положении статического равновесия.

Формула (3) получена из равенства вертикальных сил в центре рессоры предложенной модели и модели, в которой рессора описывается линейной вертикальной пружиной при значении вертикальной силы $4 \cdot F_{z0}$.

Параметр ksi_y , определяющий величину сухого трения в рессоре определяется по формуле для многолистовой рессоры [10]:

$$ksi_y = \frac{2 \cdot \mu \cdot n \cdot h}{l_{spring}}, \quad (4)$$

где μ – коэффициент трения между листами ($\mu = 0,25$ для листов без смазки); n – число листов; h – толщина листа.

3. Верификация модели рессоры

Для верификации модели рессоры была создана модель испытательного стенда, приведенного на рис. 5. В данном стенде башмак рессоры может совершать только вертикальные перемещения h под действием вертикальной силы F , а мосты подвески при этом зафиксированы относительно земли. Концы рессоры могут свободно скользить в проушинах.

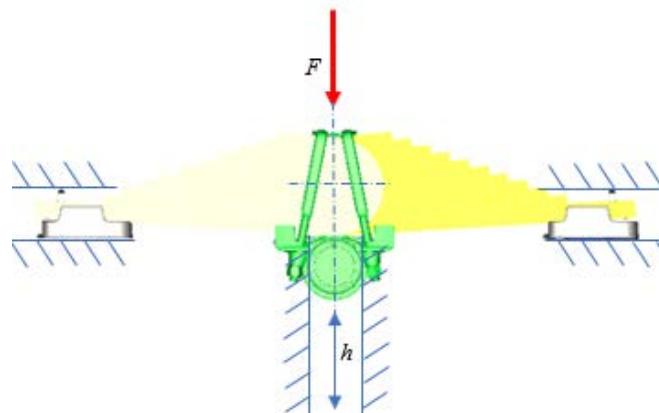


Рис. 5. Схема модели стенда для верификации модели рессоры балансирной подвески

Проводилось перемещение центральной части рессоры приводом неограниченной мощности в пределах ее полного хода с замером необходимого для перемещения усилия. В результате получена характеристика нагрузки и разгрузки рессоры, приведенная на рис. 6.

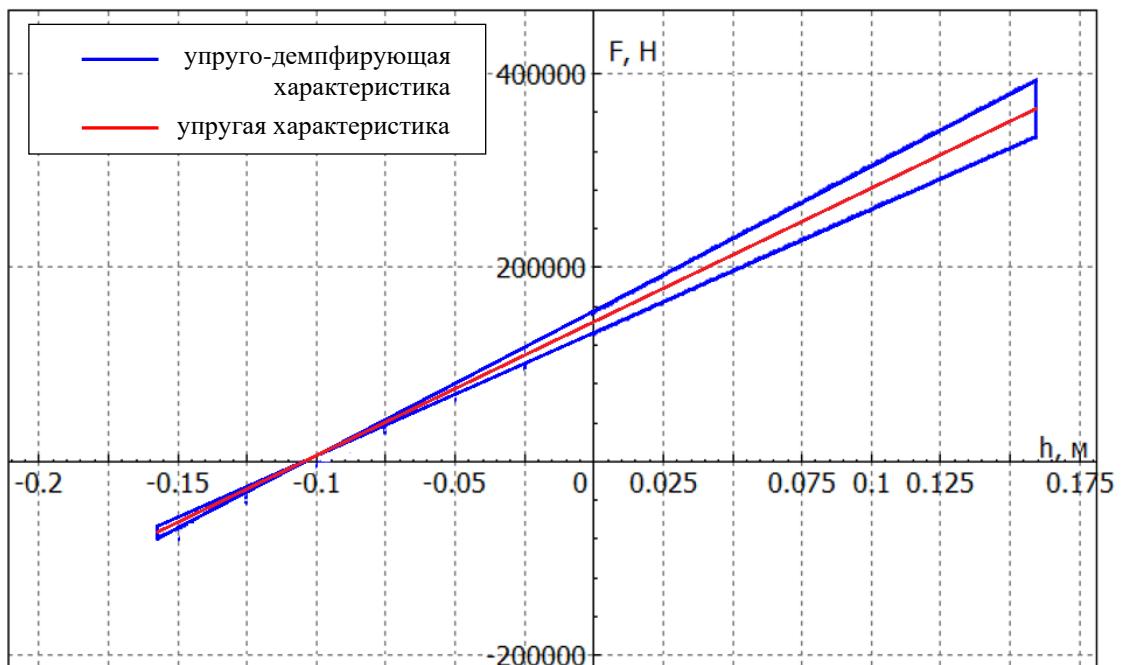


Рис. 6. Характеристика нагрузки и разгрузки рессоры балансирной подвески

Данная характеристика представляет собой, показанную синим цветом петлю гистерезиса. Красным цветом показана упругая характеристика рессоры, представляющую собой линию средних значений петли гистерезиса в каждой точке деформации рессоры. Тангенс угла наклона упругой характеристики равен коэффициенту линейной жесткости рессоры. Таким образом, предложенный подход описания рессоры обеспечивает адекватное реальной рессоре значение линейной жесткости в вертикальном направлении, а также адекватно отражает характер трения в рессоре.

Заключение

Представленная в статье имитационная модель рессорно-балансирной подвески для задач динамического анализа грузовых колесных машин в программных комплексах автоматизированного динамического анализа систем тел, обеспечивает адекватное отражение упруго-демпфирующих свойств и учет особенности кинематики работы многолистовой рессоры без использования конечно-элементных моделей рессор. Данная модель может эффективно применяться в задачах динамического анализа многоосных колесных машин, требующих воспроизведения длительных временных реализаций и проведения многократных расчетов, таких как анализ плавности хода, оптимизация параметров системы подрессоривания, формирование временных реализаций для анализа усталостной долговечности несущих систем и т.д.

Список литературы

1. ЭЙЛЕР. Программный комплекс автоматизированного динамического анализа многокомпонентных механических систем [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.euler.ru>. – Заглавие с экрана. – (Дата обращения: 06.12.2024).
2. Универсальный механизм. Моделирование динамики механических систем [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.umlabs.ru>. – Заглавие с экрана. – (Дата обращения: 06.12.2024).
3. Adams. The Multibody Dynamics Simulation Solution [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.mscsoftware.com/product/adams>. – Заглавие с экрана. – (Дата обращения: 06.01.2024).
4. Rill G., Bauer F., Topcagic E. Performance of leaf spring suspended axles in model approaches of different complexities //Vehicle System Dynamics. – 2022. – Т. 60. – №. 8. – С. 2871-2889.
5. Тихонова А. С., Рубанов П. С., Чичекин И. В. Анализ математических моделей малолистовых рессор систем подрессоривания транспортных средств //Известия МГТУ МАМИ. – 2025. – Т. 19. – №. 2. – С. 1-13. DOI 10.17816/2074-0530-684711
6. Duan L. et al. High-precision modeling and simulation of the taper leaf spring of tandem suspension of commercial vehicles //Journal of Mechanical Science and Technology. – 2016. – Т. 30. – №. 7. – С. 3061-3067.
7. Jie L. et al. Modeling and simulation of the guide rod tandem suspension model //2011 International Conference on Electric Information and Control Engineering. – IEEE, 2011. – С. 5102-5105.
8. Tinsley B. D. Integration of Geometry and Analysis for the Study of Leaf Springs in Multibody Applications: дис. – University of Illinois at Chicago, 2019.

9. Жилейкин М. М. Математическая модель прямолинейного движения колесной машины с балансирной подвеской мостов по неровностям пути //Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2016. – №. 1 (670). – С. 43-49.

10. Пархиловский И. Г. Автомобильные листовые рессоры. Теория, расчет, испытания. – 1978.

АВТОР

Комиссаров Александр Игоревич, доцент каф. СМ9 МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, ул. 2-я Бауманская д 5., komissarov@bmstu.ru, ORCID ID: 0009-0003-7476-2737, SPIN-код 2565-9328.

Machines & Plants Design & Exploiting

Electronic journal
International Public Organization
“Integration strategy”
<http://maplants-journal.ru>

Link to the article:
//Machines and Plants:Design and Exploiting.
2025. № 3. pp. 11 – 20

DOI:

Received: 12.09.2025
Accepted for publication: 01.10.2025

© International Public Organization “Integration strategy”

Multi body simulation model of a leaf-spring bogie suspension

Alexander I. Komissarov

komissarov@bmstu.ru

Bauman Moscow State Technical University
(Moscow, Russia)

The article provides a description of a spatial multi-body simulation model of a leaf-spring bogie suspension for dynamic analysis of cargo wheeled vehicles in MBS software. The model ensures an adequate reflection of elastic-damping properties and takes into account the kinematic features of multi-leaf spring operation without using finite element models of the leaf springs. The presented model can be effectively applied in dynamic analysis of multi-axle wheeled vehicles that require reproduction of long-term time implementations and multiple simulations.

Keywords: leaf-spring bogie suspension, multi body simulation model, MBS analysis.

References

1. EULER. Software package for automated dynamic analysis of multicomponent mechanical systems [Electronic resource]. – Access mode: <http://www.euler.ru> . – Title from the screen. – (Date of request: 06.12.2024).
2. A universal mechanism. Modeling of dynamics of mechanical systems [Electronic resource]. – Access mode: <http://www.umlabs.ru> . – Title from the screen. – (Date of request: 06.12.2024).
3. Adams. The Multibody Dynamics Simulation Solution [Electronic resource]. – Access mode: <http://www.mscsoftware.com/product/adams>. – Title from the screen. – (Date of request: 06.01.2024).
4. Rill G., Bauer F., Topcagic E. Performance of leaf spring suspended axles in model approaches of different complexities //Vehicle System Dynamics. – 2022. – T. 60. – №. 8. – C. 2871-2889.
5. Tikhonova A. S., Rubanov P. S., Chichekin I. V. ANALYSIS OF MATHEMATICAL MODELS OF FEW-LEAF SPRINGS OF VEHICLE SUSPENSION SYSTEMS //Izvestiya MGTU MAMI. – 2025. – T. 19. – №. 2. – C. 1-13. DOI 10.17816/2074-0530-684711.
6. Duan L. et al. High-precision modeling and simulation of the taper leaf spring of tandem suspension of commercial vehicles //Journal of Mechanical Science and Technology. – 2016. – T. 30. – №. 7. – C. 3061-3067.
7. Jie L. et al. Modeling and simulation of the guide rod tandem suspension model //2011 International Conference on Electric Information and Control Engineering. – IEEE, 2011. – C. 5102-5105.

8. Tinsley B. D. Integration of Geometry and Analysis for the Study of Leaf Springs in Multibody Applications: дис. – University of Illinois at Chicago, 2019.
 9. Zhileykin M.M A Mathematical Model of Linear Movement of a Wheeled Vehicle with Centerpoint Suspension over Rough Surfaces// BMSTU Journal of Mechanical Engineering – 2016. – №. 1 (670). – С. 43-49.
 10. Parxilovskij I. G. Avtomobil`ny`e listovy`e ressory`. Teoriya, raschet, ispy`taniya. – 1978.
-

AUTHOR

Alexander I. Komissarov, Bauman Moscow State University (105005, Moscow, 2nd Bauman str., 5), komissarov@bmstu.ru , ORCID ID: 0009-0003-7476-2737, SPIN 2565-9328.
