

УДК 621.865.8

Пример синтеза управляющих воздействий для шестиногого шагающего робота при передвижении по неровной поверхности

Каргинов Л. А.^{1,*}

^{*}herstellung@mail.ru

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

В статье изложен новый подход к решению обратной задачи кинематики. Показан пример применения подхода при синтезе управляющих воздействий для приводов шагающих роботов. Идея подхода заключается в следующем: из всех сочленений робота выбирается ограниченный набор сочленений, необходимых для реализации избранной походки. Для этих сочленений назначается строгая последовательность движения в течение каждого шага и ограничения изменений обобщенных координат. Сочленения, не участвующие в реализации избранной походки, блокируются, для них расчеты не проводятся. Достоинствами подхода являются: однозначность получаемого решения, возможность рассмотрения вырожденных конфигураций исполнительного механизма шагающего робота, возможность вычислений в условиях кинематической избыточности, высокая скорость вычислений. Указанные достоинства обусловлены тем, что последовательность движения сочленений изначально устанавливает определенную желаемую конфигурацию ноги в пространстве и, по сути, задает направление решения. Получение управляющих воздействий показано на примере шестиногого шагающего робота, имеющего по шесть сочленений в каждой ноге.

Ключевые слова: обратная задача кинематики, шагающий робот, алгоритм, обобщенные координаты

Введение

Получение управляющих воздействий основано на решении обратной задачи кинематики. В настоящее время существует множество методов решения этой задачи. Критика этих методов представлена в первой части статьи.

В данной статье при синтезе управляющих воздействий будет использован подход к решению обратной задачи кинематики, предложенный автором [1].

Основная идея подхода состоит в следующем:

1. Из всех сочленений робота выбирается ограниченный набор сочленений, необходимых для реализации избранной походки [2, 3]. Для этих сочленений назначается

строгая последовательность движения в течение каждого шага и ограничения изменений обобщенных координат.

2. Сочленения, не участвующие в реализации избранной походки, блокируются, для них расчеты не проводятся.

1. Критика существующих методов решения обратной задачи кинематики

Метод обратных преобразований [4] может не иметь решений или иметь несколько решений и некоторые из них приходится дополнительно отсеивать (например, из-за кинематических ограничений).

Тригонометрический метод [4] может не иметь решений при числе степеней подвижности, превышающем количество получаемых выражений относительно обобщенных координат.

Методы использования матрицы Якоби [4, 5, 6, 7], методы Ньютона [5], методы нелинейного программирования [8] и метод интервалов [9] при большом числе степеней подвижности требуют слишком много времени на вычисления, что затрудняет их использование в режиме реального времени. Кроме того, метод интервалов разработан для простых кинематических цепей.

Методы Sequential Monte Carlo Method (SMCM) [10], Style-based Inverse Kinematics [11] и Mesh-based Inverse Kinematics [12] требуют обязательного предварительного обучения модели, что недопустимо в условиях непредсказуемости условий окружающей среды.

Метод SIK [13] предназначен для моделирования движений человека, для других систем придется переписывать алгоритмы.

Методы CCD [14] и Triangulation Inverse Kinematics [15] разработаны для простых кинематических цепей. При наличии нескольких конечностей возможно применение этих методов путем расчленения механизма на несколько простых цепей и решения обратной задачи кинематики отдельно для каждой цепи, однако при этом не учитывается взаимовлияние частей механизма, придется дополнительно проводить согласование получаемых решений.

Метод FTL [16] также может быть применен для описания кинематических цепей манипуляторов, особенно в тех случаях, когда нужно проследить взаимовлияние приводов звеньев друг на друга. Однако он не был проработан на случай нескольких концов кинематической цепи (то есть, для нескольких схватов или ног).

Метод FABRIK – согласно [5] и [17], быстрее из методов, рассмотренных выше. Метод позволяет решать обратную задачу кинематики для систем с несколькими конечностями. Однако для использования FABRIK, как и для других перечисленных выше методов, необходима информация о целевой точке, что в изменяющихся внешних условиях не всегда возможно, например, в темноте или при поврежденной системе технического зрения.

Метод шаговых циклов [2] не требует выбора определенной точки на опорной поверхности. Этот метод удобен при описании движения шагающих роботов, однако, он был разработан для механизмов, имеющих не более трех сочленений в ноге (отсутствует кинематическая избыточность [18]).

2. Новый подход к решению обратной задачи кинематики

Суть предлагаемого подхода изложена во введении к настоящей статье.

Из сказанного следует, что источниками исходных данных для решения обратной задачи кинематики являются кинематическая схема исполнительного механизма шагающего робота и избранная походка.

Для применения предлагаемого подхода необходимо:

1. Пронумеровать ноги и сочленения в ногах.
2. Выбрать сочленения, которые будут задействованы в реализации избранной походки.
3. Назначить последовательность смены опорных ног при движении избранной походкой.
4. Назначить последовательность движения выбранных сочленений в течение шага для каждой ноги.
5. Назначить ограничения изменений обобщенных координат в выбранных сочленениях.

Процесс решения обратной задачи кинематики заключается в постепенном приближении к решению путем изменения (увеличения или уменьшения) обобщенных координат в том же порядке, в котором соответствующие этим координатам сочленения ноги перемещаются в течение шага при движении избранной походкой. Критерием завершения вычислений является достижение пределов или факт постановки ноги на опорную поверхность, фиксируемый контактным датчиком (или условием в программе моделирования).

Изменения обобщенных координат происходят в цикле, каждая обобщенная координата изменяется на определенную величину на каждой итерации цикла. Полное время цикла соответствует предполагаемому времени совершения шага.

Достоинствами подхода являются: однозначность получаемого решения, возможность рассмотрения вырожденных конфигураций исполнительного механизма шагающего робота, возможность вычислений в условиях кинематической избыточности, высокая скорость вычислений.

Возможность рассмотрения вырожденных конфигураций связана с тем, что при вычислениях не используется аппарат матричных преобразований (в частности, вычисление обратной матрицы Якоби).

Возможность вычисления в условиях кинематической избыточности, однозначность получаемого решения и высокое быстродействие обусловлены тем, что

последовательность движения сочленений изначально устанавливает определенную желаемую конфигурацию ноги в пространстве и, по сути, задает направление решения.

Проверка получаемого решения не требуется, так как кинематические ограничения уже учтены в процессе вычислений.

Еще одним важным преимуществом подхода является тот факт, что роботы могут иметь произвольные количества ног, а также сочленений в ногах.

Недостатком подхода можно назвать отсутствие возможности построения универсальных алгоритмов для шагающих роботов с принципиально разными кинематическими схемами (например, антропоморфными и паукообразными) ввиду конструктивных отличий исполнительных механизмов. Но этим же недостатком обладают и другие эвристические методы, такие как FABRIK, FTL или CCD. С этими методами данный подход роднит тот факт, что не существует определенной формулы, использование которой позволяет сразу получить решение. Есть лишь алгоритмы поиска, проверяющие при вычислениях набор заданных условий, являющихся критериями коррекции или завершения решения.

3. Исполнительный механизм шагающего робота

Кинематическая схема робота представлена на рисунке 1.

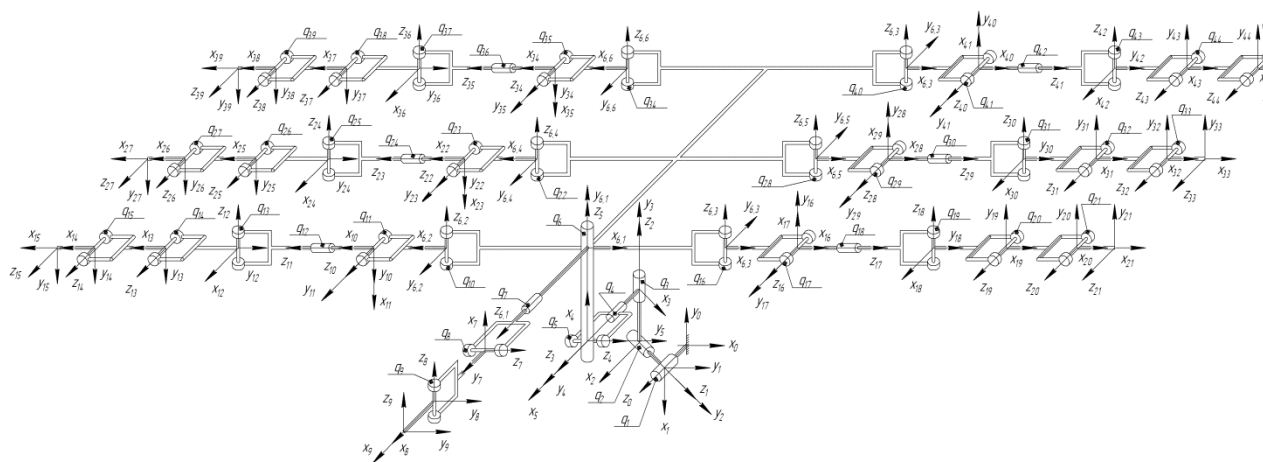


Рис. 1. Кинематическая схема шестиногого шагающего робота

Порядок нумерации ног, соответствующий кинематической схеме на рисунке 1, представлен на рисунке 2. Следовательно, для походки «трешки» [2, 3] имеем две группы ног: (1, 4, 5) и (2, 3, 6).

В качестве начального положения выберем положение, представленное на рисунке 3. Параметры начального положения представлены в таблице 1.

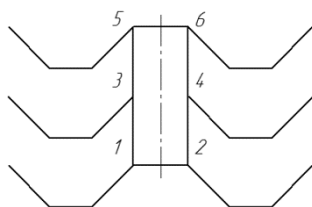


Рис. 2. Номера ног робота

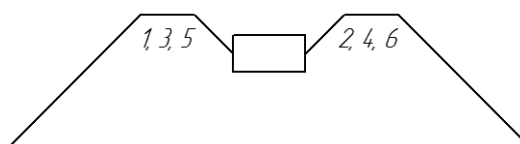


Рис. 3. Начальное положение робота

Таблица 1. Ограничения обобщенных координат и параметры начального положения

Обобщенная координата	Значения обобщенных координат, градусы		
	Минимальное	Максимальное	Начальное
Правые ноги			
q10, q22, q34	-15	15	0
q11, q23, q35	-60	-30	-45
q12, q24, q36	-90	90	0
q13, q25, q37	-30	30	0
q14, q26, q38	30	60	45
q15, q27, q39	30	60	45
Левые ноги			
q16, q28, q40	-15	15	0
q17, q29, q41	30	60	45
q18, q30, q42	-90	90	0
q19, q31, q43	-30	30	0
q20, q32, q44	-60	-30	-45
q21, q33, q45	-60	-30	-45

Примечание: фиктивные сочленения [19], а также сочленения q7, q8 и q9 (сочленения головы робота) в перемещении робота не участвуют, поэтому их параметры отсутствуют в таблице 1.

Длина ног робота в распрямленном состоянии составляет 2 м, длина корпуса от головы до «бедренных суставов» задних ног – 2,5 м, расстояние между соседними парами ног составляет 95 см.

4. Описание условий эксперимента

Робот перемещается по неровной опорной поверхности. Опорная поверхность генерируется случайным образом для каждого запуска программы моделирования, вероятность получения одних и тех же неровностей в двух разных экспериментах практически равна нулю. Высота неровностей - до 20 см. Максимальная амплитуда изменения высоты (от нижней точки впадины до верхней точки возвышения) составляет 40 см.

Алгоритм движения реализован таким образом, чтобы обеспечить горизонтальную ориентацию корпуса робота относительно опорной поверхности.

5. Применение подхода

1. Последовательность смены опорных ног для походки «трешки» будет следующей (см. рисунок 2):

$$\dots \rightarrow 1, 4, 5 \rightarrow 2, 3, 6 \rightarrow 1, 4, 5 \rightarrow \dots$$

2. Стадии шага для всех ног в **данном** случае будут одинаковыми. Это связано с тем, что конструкция ног полагается одинаковой. На рисунке 4 показаны фаза переноса и фаза опоры. На рисунках 5 и 6 показаны подъем и опускание ноги робота соответственно.

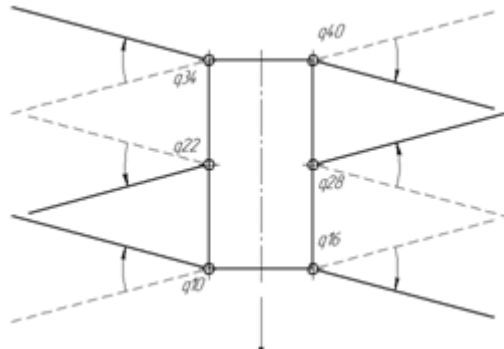


Рис. 4. Перенос корпуса робота

Пунктирными линиями показаны исходные положения ног робота, сплошными линиями – конечные.

Для фазы опоры:

- перенос корпуса робота вперед с помощью сочленений q10, q22, q34, q16, q28 и q40.

На рисунке 4 в фазе опоры находятся ноги 1, 4 и 5 (перемещаемые сочленениями q10, q28 и q34 соответственно), на что указывают соответствующие стрелки, направленные против движения робота.

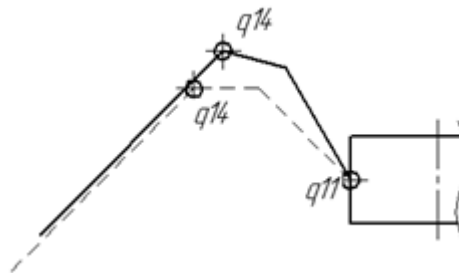


Рис. 5. Подъем первой ноги над опорной поверхностью

Для фазы переноса:

- подъем ног над опорной поверхностью с помощью сочленений q11, q23, q35, q14, q26, q38, q17, q29, q41, q20, q32, q44 (на рисунке 5 процесс подъема ноги показан на примере первой ноги робота);

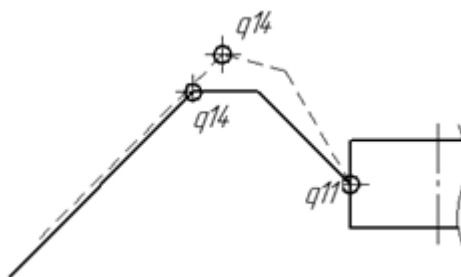


Рис. 6. Опускание первой ноги на опорную поверхность

- перенос ног вперед с помощью сочленений q_{10} , q_{22} , q_{34} , q_{16} , q_{28} , q_{40} (см. рис. 4: в фазе переноса находятся ноги 2, 3 и 6, перемещаемые сочленениями q_{16} , q_{22} и q_{40} ; на перенос ног указывают соответствующие стрелки, направленные на рисунке «вниз»);

- опускание ног на опорную поверхность с помощью сочленений q_{11} , q_{23} , q_{35} , q_{14} , q_{26} , q_{38} , q_{17} , q_{29} , q_{41} , q_{20} , q_{32} , q_{44} (на рисунке 6 процесс опускания ноги показан на примере первой ноги робота).

3. Ограничения изменений обобщенных координат соответствуют таблице 1.

4. Назначим время на выполнение одного шага T исходя из требуемой скорости движения корпуса робота: $T = 0,5$ с, что соответствует для данного механизма скорости корпуса $V_{корп} = 1,7388$ м/с.

Из рассмотренных выше стадий шага следует, что в течение шага обобщенные координаты изменяются не одновременно, что проиллюстрировано на рисунке 7 на примере первой ноги.

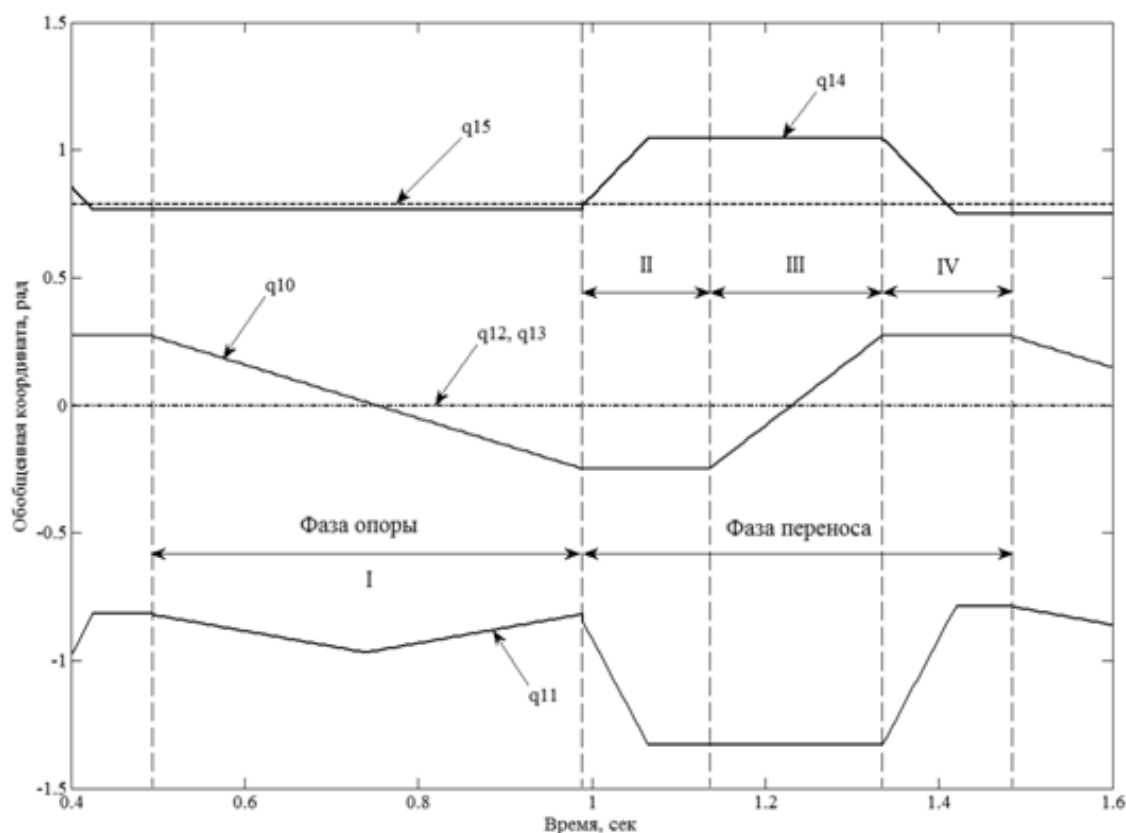


Рис. 7. Фазы опоры и переноса первой ноги робота

В фазе опоры (участок I) работает сочленение q_{10} , участвующее наряду с аналогичными ему сочленениями других ног в процессе переноса корпуса робота. Изменение соответствующей обобщенной координаты представлено на рисунке 7 наклонным участком.

В фазе переноса:

- на участке II (подъем ноги) работают сочленения q_{11} и q_{14} , остальные сочленения остановлены (горизонтальные участки на графиках соответствуют отсутствию изменений обобщенных координат);

- на участке III (перенос ноги вперед) работает сочленение q_{10} , остальные сочленения остановлены;

- на участке IV (опускание ноги на опорную поверхность) работают сочленения q_{11} и q_{14} , остальные сочленения остановлены.

Примечание: из рисунка 7 видно, что в фазе переноса на участках II и IV есть отрезки времени, когда все сочленения первой ноги робота остановлены. На участке II это связано с достижением сочленениями q_{11} и q_{14} пределов изменения соответствующих обобщенных координат, на участке IV - с достижением ногой робота опорной поверхности. В обоих случаях вычисления обобщенных координат q_{11} и q_{14} останавливаются, их значения фиксируются до конца фазы переноса.

5. Разбиение времени T на определенное число временных промежутков, соответствующих планируемому числу итераций n (число итераций выбирают из соображений удобства при вычислениях).

Назначим число итераций $n = 100$.

6. Выбор приращений обобщенных координат на каждой итерации $k = 1, \dots, n$.

Приращения обобщенных координат будем выбирать по следующим формулам:

$$\Delta q_i = A_i / n$$

где A_i – величины диапазонов изменения обобщенных координат, i – номер сочленения.

7. Алгоритм решения обратной задачи кинематики.

Алгоритм 1.

Исходные данные: начальные значения обобщенных координат, ограничения обобщенных координат, номера ног, находящихся в опоре.

Выходные данные: новые значения обобщенных координат.

1. **Проверка нахождения ноги в фазе опоры.** Если нога в фазе опоры, то переход к процедуре 1. Иначе переход к процедуре 2.

2. Процедура 1. Фаза опоры.

2.1. Определение приращений обобщенных координат Δq_i .

2.2. Цикл вычислений (максимум 100 итераций). На каждой итерации:

Если $q_i \in [q_{i\min}, q_{i\max}]$: $q_i = q_i \pm \Delta q_i$. Если $q_i \notin [q_{i\min}, q_{i\max}]$: выход из цикла.

3. Процедура 2. Фаза переноса.

3.1. Определение приращений обобщенных координат Δq_i .

3.2. Разбиение времени шага T на три интервала, соответствующие подъему, переносу и опусканию ноги.

3.3. Цикл вычислений (максимум 100 итераций).

3.3.1. Подъем ноги. Если $q_i \in [q_{i\min}, q_{i\max}]$: $q_i = q_i \pm \Delta q_i$.

3.3.2. Перенос ноги вперед. Если $q_i \in [q_{i\min}, q_{i\max}]$: $q_i = q_i \mp \Delta q_i$.

(знак операции « $\pm$ » противоположен знаку той же операции в фазе опоры).

3.3.3. Опускание ноги на опорную поверхность.

Если $q_i \in [q_{i\min}, q_{i\max}]$ и нога не касается опорной поверхности: $q_i = q_i \mp \Delta q_i$

Если $q_i \notin [q_{i\min}, q_{i\max}]$ или нога коснулась опорной поверхности: выход из цикла.

4. **Конец вычислений.** Считывание значений обобщенных координат.

6. Результаты моделирования

На рисунке 8 представлены несколько кадров движения робота походкой «трешки» по неровной поверхности.

При моделировании использовались элементы разработанной ранее программы [20].

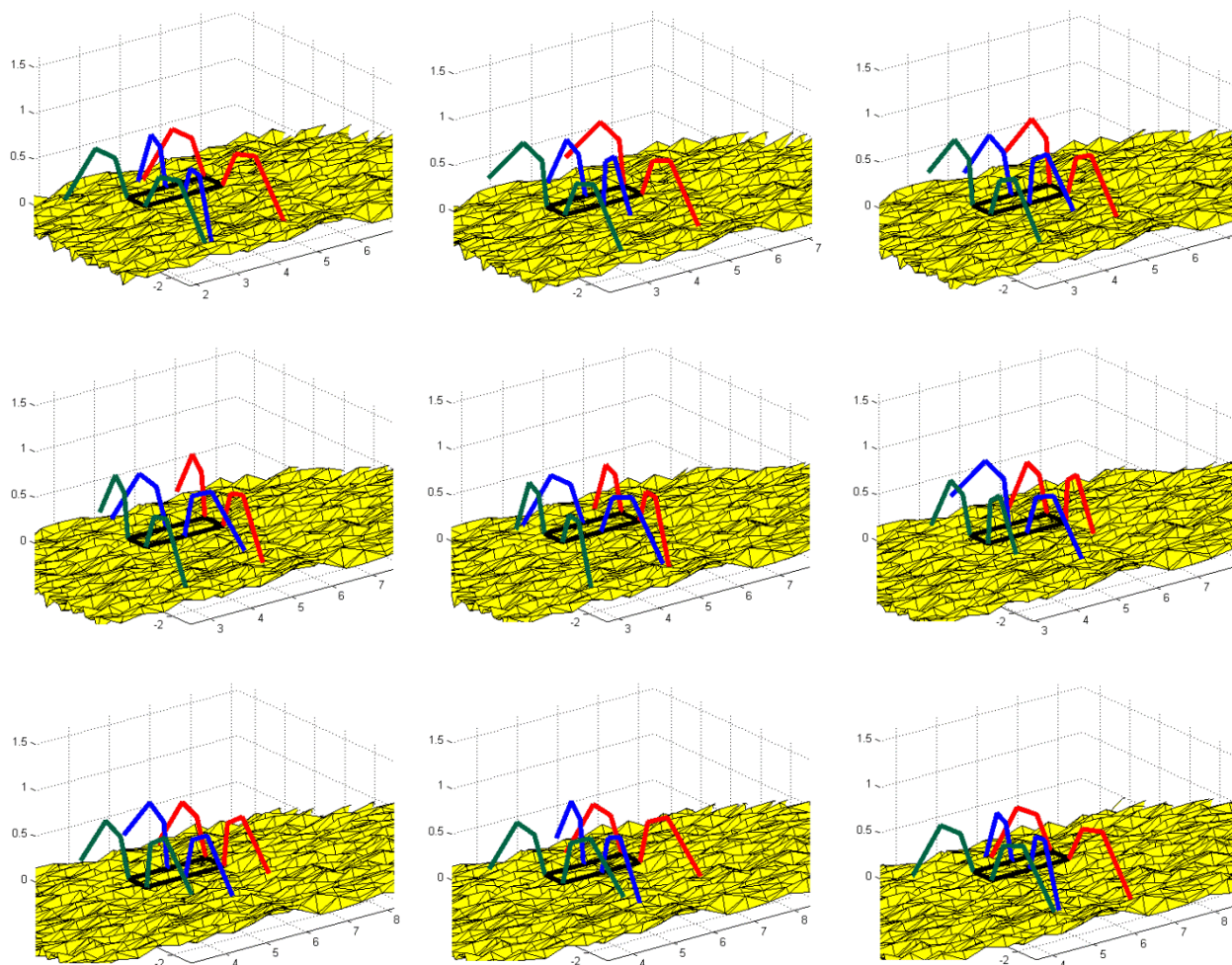


Рис. 8. Движение по неровной поверхности

В ходе моделирования модель робота преодолела расстояние 19,9962 м со скоростью $V_{корп} = 1,7388$ м/с.

На совершение одного шага отводилось не более 0,5 с (как было указано выше при построении алгоритма в разделе «Применение подхода»).

Ниже представлены графики изменения обобщенных координат в сочленениях всех ног робота (рисунки 9-14).

Примечание: на рисунках 9-14 представлены графики изменения обобщенных координат сочленений, реализующих избранную походку, а также графики для заблокированных сочленений, имеющих ненулевые начальные значения обобщенных координат.

Из приведенных графиков видно, что:

- движение групп ног (1, 4, 5) и (2, 3, 6) происходит в противофазе, что соответствует походке «трешки»;
- сочленения ног робота движутся в соответствии с выбранными выше стадиями шага.

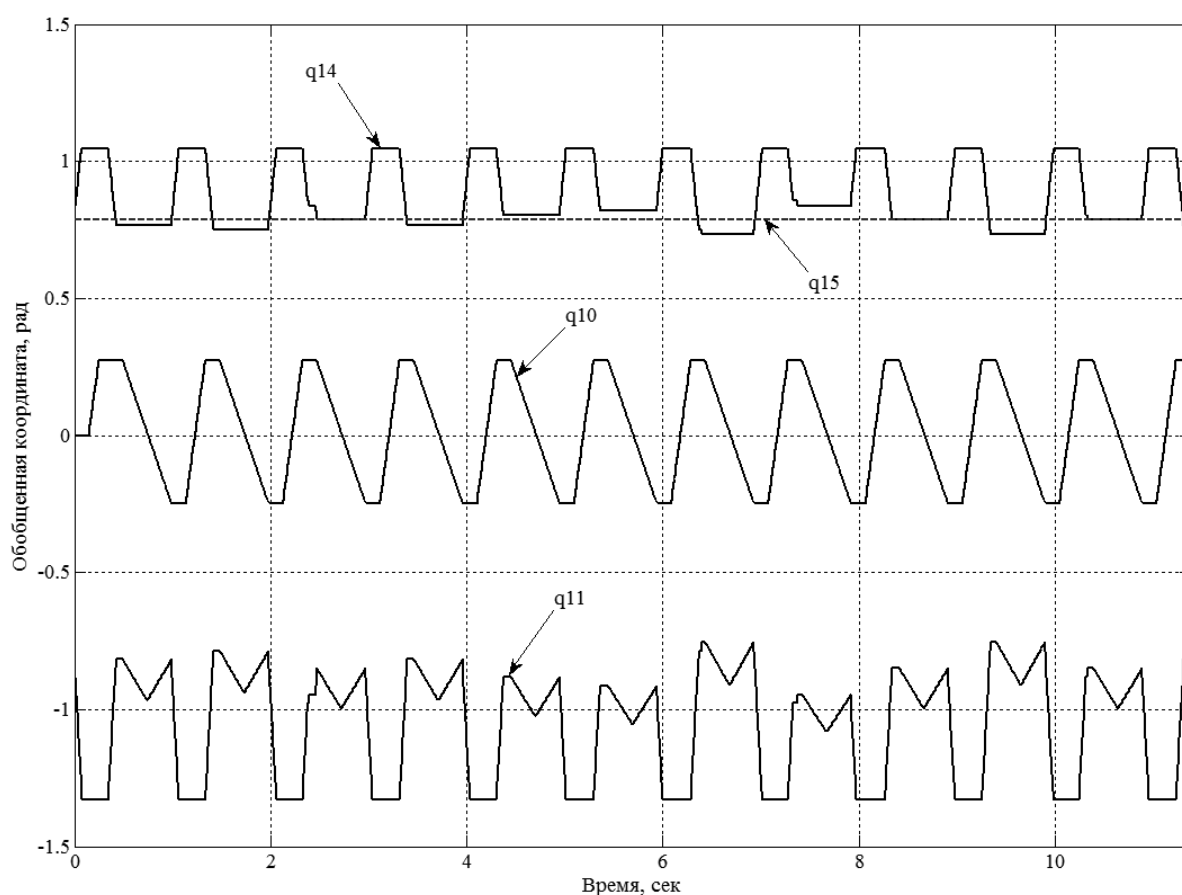


Рис. 9. Графики обобщенных координат первой ноги робота

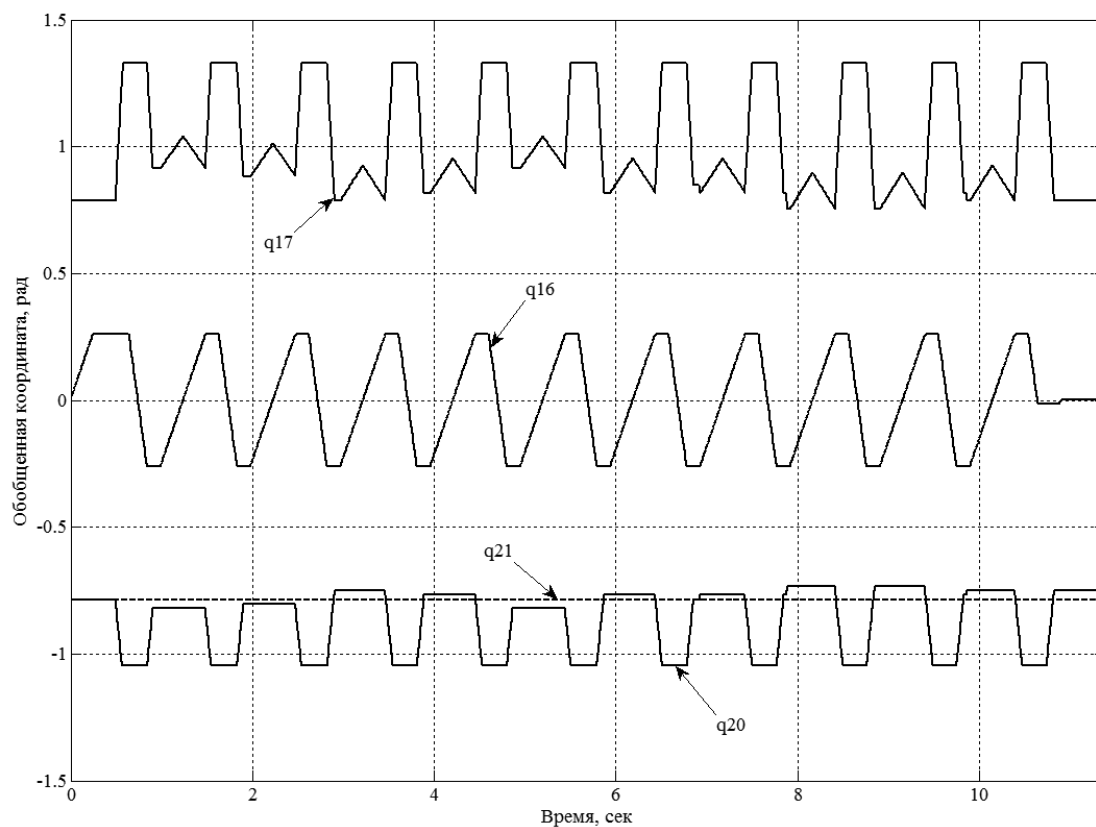


Рис. 10. Графики обобщенных координат второй ноги робота

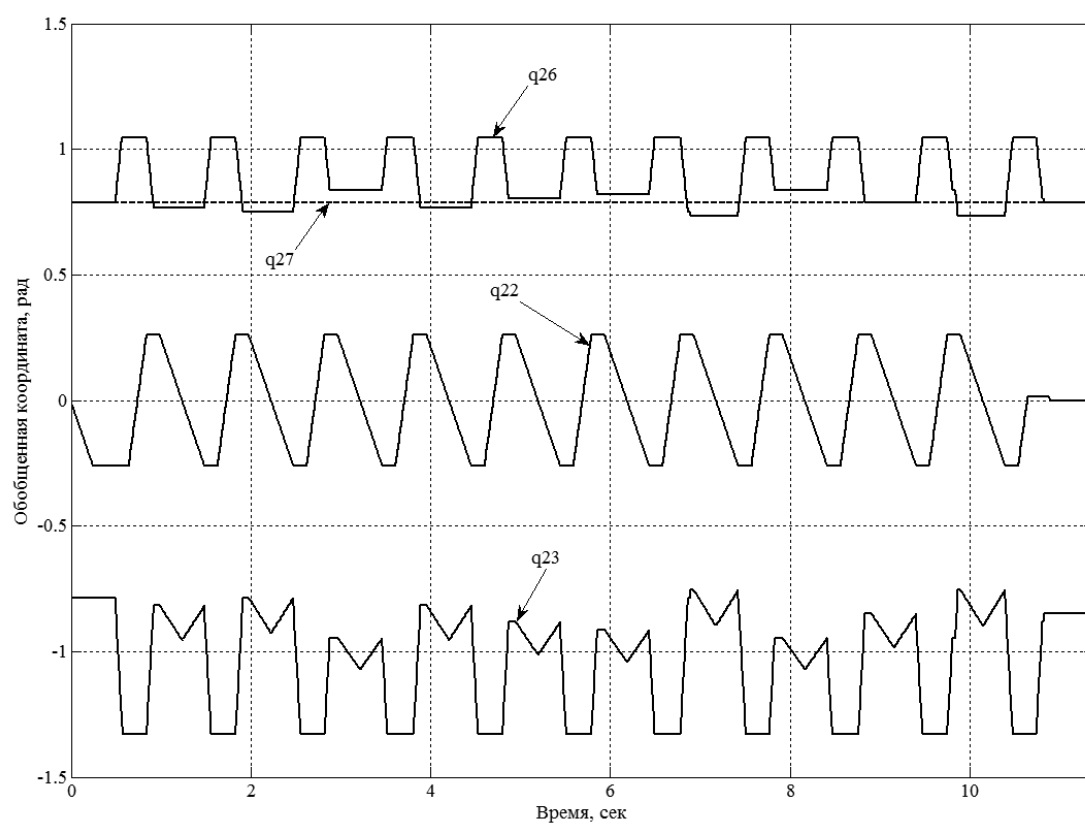


Рис. 11. Графики обобщенных координат третьей ноги робота

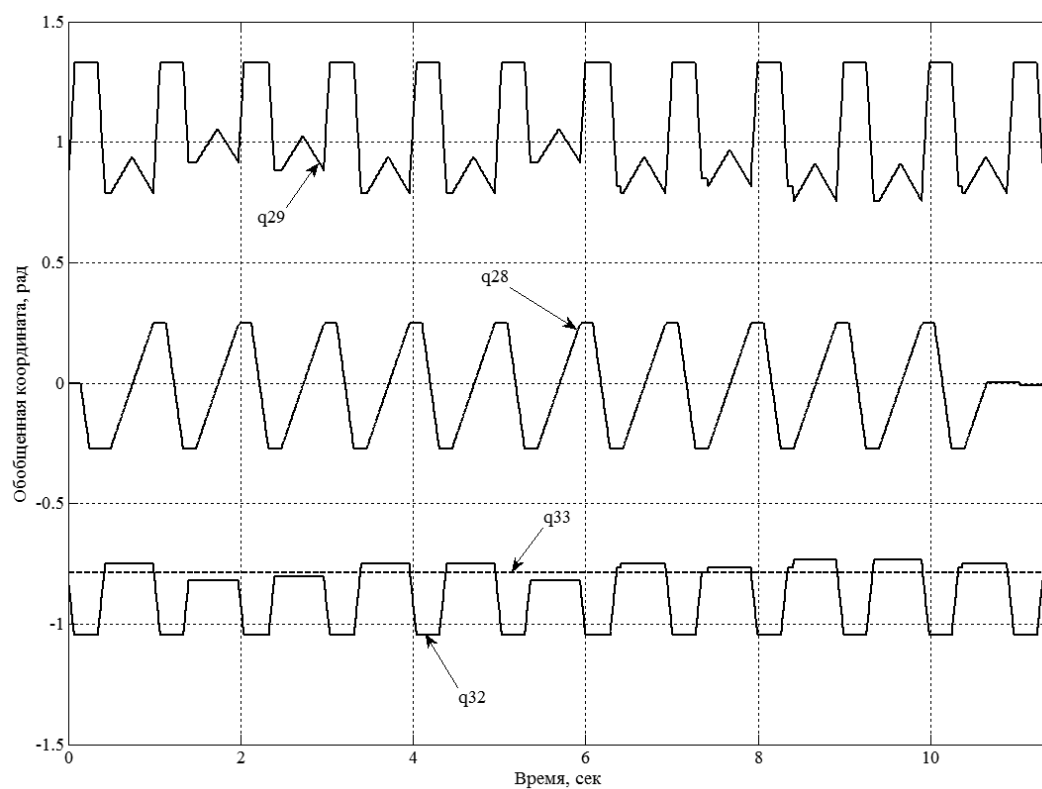


Рис. 12. Графики обобщенных координат четвертой ноги робота

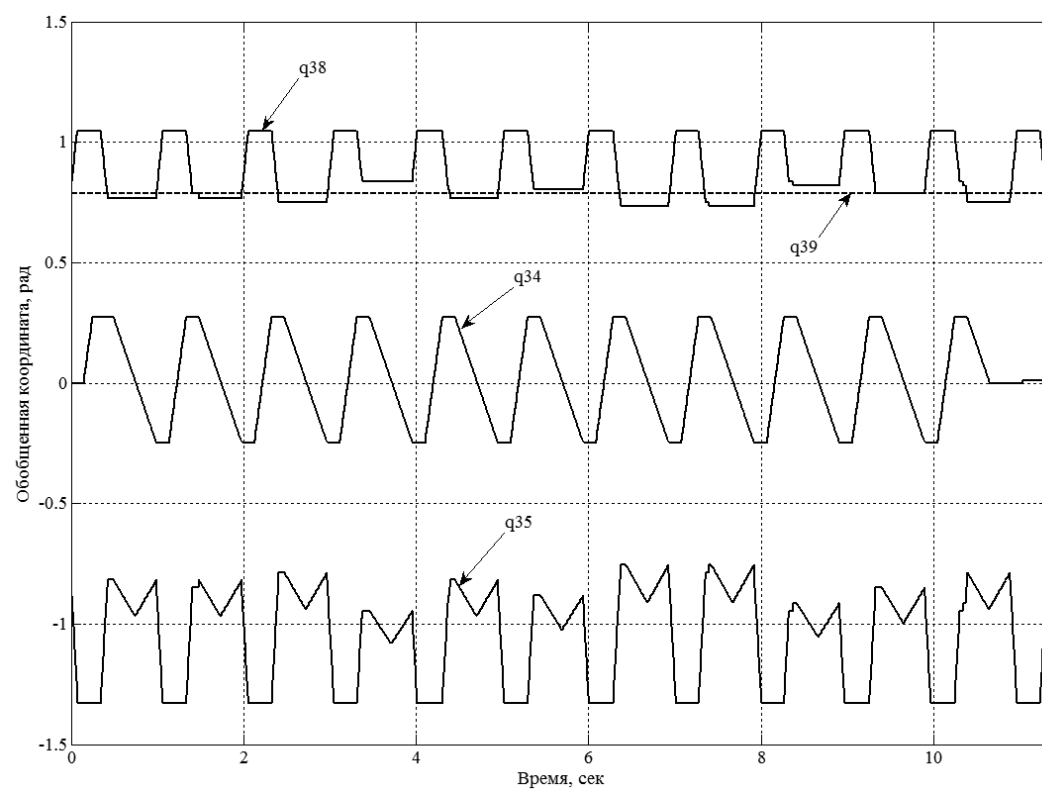


Рис. 13. Графики обобщенных координат пятой ноги робота

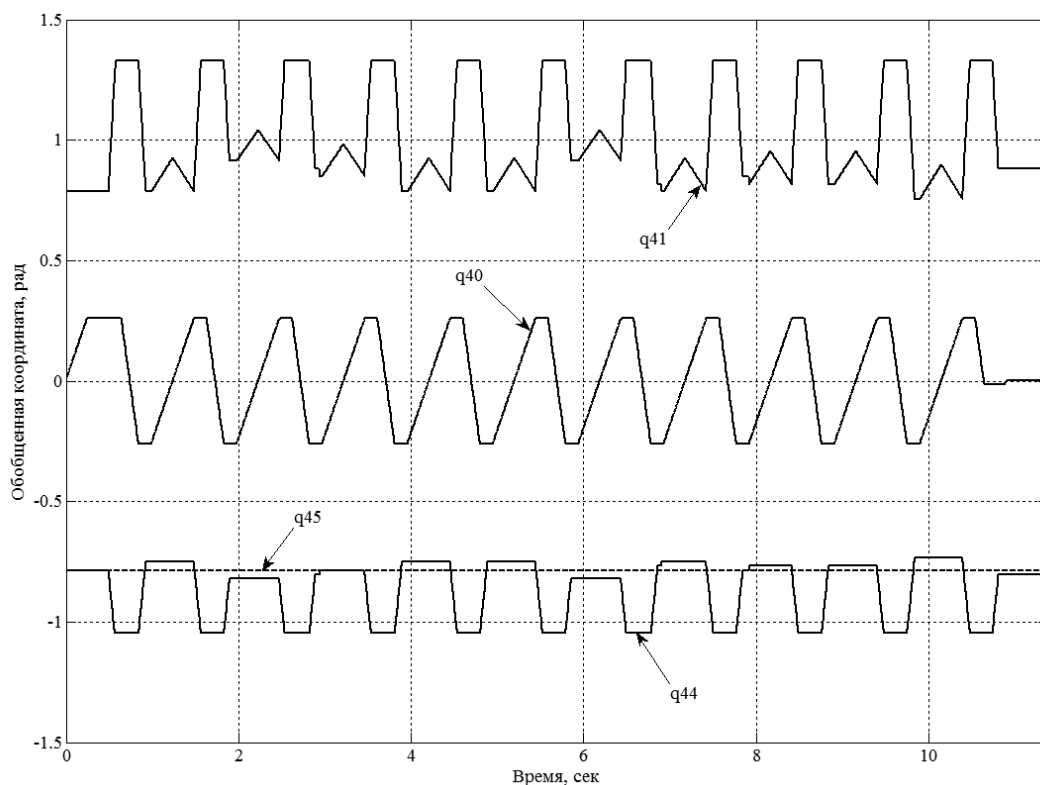


Рис. 14. Графики обобщенных координат шестой ноги робота

Заключение

В статье показана возможность применения подхода, предложенного автором, для формирования управляющих воздействий для приводов шагающих роботов в условиях кинематической избыточности исполнительного механизма робота и при неровной опорной поверхности, которая заранее неизвестна. При этом не задаются требования к выбору определенных точек на поверхности.

Назначение стадий шага, последовательности смены опорных ног, а также ограничений обобщенных координат в сочленениях механизма на этапе построения алгоритма движения позволяет получить однозначные, не требующие дополнительных проверок результаты.

Представленные результаты моделирования демонстрируют возможность использования подхода для синтеза управляющих воздействий для шагающих роботов с произвольной кинематической схемой.

Список литературы

1. Каргинов Л.А. Синтез управляющих воздействий для приводов исполнительных механизмов шагающих роботов без решения обратной задачи кинематики // Инженерный журнал: Наука и инновации. 2013. № 4. Режим доступа: <http://engjournal.ru/catalog/machin/hydro/692.html> (дата обращения 06.10.2014).

2. Охоцимский Д.Е., Голубев Ю.Ф. Механика и управление движением автоматического шагающего аппарата. М.: Наука, 1984. 312 с.
3. Лапшин В.В. Механика и управление движением шагающих машин. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. 200 с.
4. Зенкевич С.Л., Ющенко А.С. Основы управления манипуляционными роботами: учебник для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 480 с.
5. Aristidou A., Lasenby J. Inverse Kinematics: a review of existing techniques and introduction of a new fast iterative solver: Technical Report CUED/F-INFENG/TR-632. Cambridge University, 2009. 74 p.
6. Welman C. Inverse kinematics and geometric constraints for articulated figure manipulation: Master Dissertation. Simon Fraser University, Department of Computer Science, Burnaby, Canada, 1993. 84 p.
7. Pechev A.N. Inverse kinematics without matrix inversion // Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Pasadena, CA, USA. IEEE Publ., 2008. P. 2005-2012. DOI: [10.1109/ROBOT.2008.4543501](https://doi.org/10.1109/ROBOT.2008.4543501)
8. Zhao J., Badler N.I. Inverse kinematics positioning using nonlinear programming for highly articulated figures // ACM Transactions on Graphics. 1994. Vol. 13, no. 4. P. 313-336. DOI: [10.1145/195826.195827](https://doi.org/10.1145/195826.195827)
9. Castellet A., Thomas F. Using interval methods for solving inverse kinematic problems // Proc. of the NATO Advanced Study Institute on Computational Methods in Mechanisms. Vol. 2. Varna, Bulgaria, 1997. P. 135-144.
10. Courty N., Arnaud E. Inverse Kinematics Using Sequential Monte Carlo Methods // Articulated Motion and Deformable Objects: Proceedings of the 5th International Conference (AMDO'08), Mallorca, Spain. Springer Berlin Heidelberg, 2008. P. 1-10. (Ser. Lecture Notes in Computer Science; vol. 5098). DOI: [10.1007/978-3-540-70517-8_1](https://doi.org/10.1007/978-3-540-70517-8_1)
11. Grochow K., Martin S.L., Hertzmann A., Popovic Z. Style-based inverse kinematics // ACM Transactions on Graphics. 2004. Vol. 23, no. 3. P. 522-531. DOI: [10.1145/1015706.1015755](https://doi.org/10.1145/1015706.1015755)
12. Sumner R.W., Zwicker M., Gotsman C., Popovic J. Mesh-based inverse kinematics // ACM Transactions of Graphics. 2005. Vol. 24, no. 3. P. 488-495. DOI: [10.1145/1015706.1015755](https://doi.org/10.1145/1015706.1015755)
13. Unzueta L., Peinado M., Boulic R., Suescun Á. Full-body performance animation with sequential inverse kinematics // Graphical Models. 2008. Vol. 70, no. 5. P. 87-104. DOI: [10.1016/j.gmod.2008.03.002](https://doi.org/10.1016/j.gmod.2008.03.002)
14. Wang L.-C.T., Chen C.C. A combined optimization method for solving the inverse kinematics problems of mechanical manipulators // IEEE Transactions on Robotics and Automation. 1991. Vol. 7, no. 4. P. 489-499. DOI: [10.1109/70.86079](https://doi.org/10.1109/70.86079)
15. Müller-Cajar R. Mukundan R. Triangulation: A new algorithm for inverse kinematics // Proceedings of the 22nd International Image and Vision Computing New Zealand Conference (IVCNZ), Hamilton, New Zealand, December 2007. P. 181-186.

16. Brown J., Latombe J.-C., Montgomery K. Real-Time Knot Tying Simulation // The Visual Computer. 2004. Vol. 20, no. 2-3. P. 165-179. DOI: [10.1007/s00371-003-0226-y](https://doi.org/10.1007/s00371-003-0226-y)
17. Aristidou A., Lasenby J. FABRIK: a fast, iterative solver for the inverse kinematics problem // Graphical Models. 2011. Vol. 73, no. 5. P. 243-260. DOI: [10.1016/j.gmod.2011.05.003](https://doi.org/10.1016/j.gmod.2011.05.003)
18. Kumar V., Gardner J.F. Kinematics of Redundantly Actuated Closed Chains // IEEE Transactions on Robotics and Automation. 1990. Vol. 6, no. 2. P. 269- 274. DOI: [10.1109/70.54745](https://doi.org/10.1109/70.54745)
19. Ковальчук А.К., Кулаков Б.Б., Кулаков Д.Б., Семенов С.Е., Яроц В.В. Основы теории исполнительных механизмов шагающих роботов. М.: Рудомино, 2010. 170 с.
20. Ковальчук А.К., Каргинов Л.А. Кулаков Д.Б., Кулаков Д.Б., Семенов С.Е., Яроц В.В., Верейкин А.А. Моделирование древовидных исполнительных механизмов шагающих роботов с учетом внешних наложенных связей: свидетельство о регистрации программ для ЭВМ № 2014612547 РФ. 2014.

Example of Synthesis of Control Actions for Six-Legged Walking Robot when Moving on Rough Surface

L.A. Karginov^{1,*}

^{*}herstellung@mail.ru

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: inverse kinematic problem, walking robot, algorithm, generalized coordinates

Control actions are provided on the basis of inverse kinematic problem. Now there is a set of methods to solve this task.

This article considers an example of the author's approach application to the inverse kinematic problem.

The main idea of approach is as follows:

1. The limited set of the joints necessary to implement the chosen gait is selected from all joints of the robot. For these joints a strict sequence of the movement within each step and restriction of changing generalized coordinates are specified.
2. The joints non-involved in implementing the chosen gait are disabled, with no calculations performed for them.

Thus, the sources of basic data for the inverse kinematic problem are the kinematic scheme of the executive mechanism of the walking robot and the chosen gait.

To use the offered approach it is necessary:

1. To number the legs and their joints.
2. To choose joints to be involved in realization of the chosen gait.
3. To appoint a sequence of the change of supporting legs when moving by the chosen gait.
4. To specify a motion sequence of the chosen joints within a step for each leg.
5. To specify restrictions of changes of the generalized coordinates in the chosen joints.

The inverse kinematic problem process consists in gradual approach to the solution by change (increase or decrease) of the generalized coordinates in the same order in which the joints of a leg corresponding to these coordinates move within a step by the chosen gait when walking. Criterion of completing calculations is the limits reached or the fact that a leg is fixed on a supporting plane by a contact sensor (or a condition in the modeling program).

Changes of generalized coordinates are within a cycle; each generalized coordinate changes by a certain value at each of iterations of a cycle. The total time of a cycle corresponds to the estimated time of a step to be done.

Advantages of the approach are following: unambiguity of the received solution, possibility to consider degenerate configurations of the executive mechanism of the walking robot, possibility to calculate in the conditions of kinematic redundancy, and high-speed calculations.

The possibility to consider degenerate configurations is owing to the fact that, when calculating, the device of matrix transformations is not used (in particular, calculation of the return matrix of Jacobi).

The possibility to calculate in the conditions of kinematic redundancy, unambiguity of the received solution and high speed are caused by fact that the sequence of the joints movement initially defines a certain desirable leg configuration in space and, in fact, specifies a solution direction.

There is no need to verify the received solution as kinematic restrictions has been are already taken into consideration in the course of calculations.

One more important advantage of the approach is the fact that robots can have any number of legs, and joints in legs.

A lack of possibility to create universal algorithms for the walking robots with essentially different kinematic schemes (for example, anthropomorphous and arachnoid) because of constructive differences in executive mechanisms can be the shortcoming of the approach. But other heuristic methods, such as FABRIK, FTL or CCD also have the same shortcoming. The approach is akin to these methods by the fact that there is no certain formula which use allows us to receive the solution with these methods at once. There are only algorithms of search checking a set of the specified conditions, which are criteria of correction or end of the solution when calculating.

References

1. Karginov L.A. The synthesis of control actions to drive the actuators of walking robots without solving the inverse kinematics task. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii = Engineering Journal: Science and Innovation*, 2013, no. 4. Available at: <http://engjournal.ru/catalog/machin/hydro/692.html> , accessed 01.05.2015. (in Russian).
2. Okhotsimskii D.E., Golubev Yu.F. *Mekhanika i upravlenie dvizheniem avtomaticheskogo shagayushchego apparata* [Mechanics and Motion Control for Self-Acting Walking Vehicle]. Moscow, Nauka Publ., 1984. 312 p. (in Russian).
3. Lapshin V.V. *Mekhanika i upravlenie dvizheniem shagayushchikh mashin* [Mechanic and control of movement of walking machines]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2012. 200 p. (in Russian).
4. Zenkevich S.L., Yushchenko A.S. *Osnovy upravleniya manipulyatsionnymi robotami* [Fundamentals of control of manipulation robots]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2004. 480 p. (in Russian).

5. Aristidou A., Lasenby J. *Inverse Kinematics: a review of existing techniques and introduction of a new fast iterative solver: Technical Report CUED/F-INFENG/TR-632*. Cambridge University, 2009. 74 p.
6. Welman C. *Inverse kinematics and geometric constraints for articulated figure manipulation: Master Dissertation*. Simon Fraser University, Department of Computer Science, Burnaby, Canada, 1993. 84 p.
7. Pechev A.N. Inverse kinematics without matrix inversion. *Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Pasadena, CA, USA. IEEE Publ., 2008, pp. 2005-2012. DOI: [10.1109/ROBOT.2008.4543501](https://doi.org/10.1109/ROBOT.2008.4543501)
8. Zhao J., Badler N.I. Inverse kinematics positioning using nonlinear programming for highly articulated figures. *ACM Transactions on Graphics*, 1994, vol. 13, no. 4, pp. 313-336. DOI: [10.1145/195826.195827](https://doi.org/10.1145/195826.195827)
9. Castellet A., Thomas F. Using interval methods for solving inverse kinematic problems. In: *Proc. of the NATO Advanced Study Institute on Computational Methods in Mechanisms. Vol. 2*. Varna, Bulgaria, 1997, pp. 135-144.
10. Courty N., Arnaud E. Inverse Kinematics Using Sequential Monte Carlo Methods. In: *Articulated Motion and Deformable Objects: Proceedings of the 5th International Conference (AMDO'08)*, Mallorca, Spain. Springer Berlin Heidelberg, 2008, pp. 1-10. (Ser. *Lecture Notes in Computer Science*; vol. 5098). DOI: [10.1007/978-3-540-70517-8_1](https://doi.org/10.1007/978-3-540-70517-8_1)
11. Grochow K., Martin S.L., Hertzmann A., Popovic Z. Style-based inverse kinematics. *ACM Transactions on Graphics*, 2004, vol. 23, no. 3, pp. 522-531. DOI: [10.1145/1015706.1015755](https://doi.org/10.1145/1015706.1015755)
12. Sumner R.W., Zwicker M., Gotsman C., Popovic J. Mesh-based inverse kinematics. *ACM Transactions of Graphics*, 2005, vol. 24, no. 3, pp. 488-495. DOI: [10.1145/1015706.1015755](https://doi.org/10.1145/1015706.1015755)
13. Unzueta L., Peinado M., Boulic R., Suescun Á. Full-body performance animation with sequential inverse kinematics. *Graphical Models*, 2008, vol. 70, no. 5, pp. 87-104. DOI: [10.1016/j.gmod.2008.03.002](https://doi.org/10.1016/j.gmod.2008.03.002)
14. Wang L.-C.T., Chen C.C. A combined optimization method for solving the inverse kinematics problems of mechanical manipulators. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1991, vol. 7, no. 4, pp. 489-499. DOI: [10.1109/70.86079](https://doi.org/10.1109/70.86079)
15. Müller-Cajar R., Mukundan R. Triangulation: A new algorithm for inverse kinematics. In: *Proceedings of the 22nd International Image and Vision Computing New Zealand Conference (IVCNZ)*, Hamilton, New Zealand, December 2007, pp. 181-186.
16. Brown J., Latombe J.-C., Montgomery K. Real-Time Knot Tying Simulation. *The Visual Computer*, 2004, vol. 20, no. 2-3, pp. 165-179. DOI: [10.1007/s00371-003-0226-y](https://doi.org/10.1007/s00371-003-0226-y)
17. Aristidou A., Lasenby J. FABRIK: a fast, iterative solver for the inverse kinematics problem. *Graphical Models*, 2011, vol. 73, no. 5, pp. 243-260. DOI: [10.1016/j.gmod.2011.05.003](https://doi.org/10.1016/j.gmod.2011.05.003)

18. Kumar V., Gardner J.F. Kinematics of Redundantly Actuated Closed Chains. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1990, vol. 6, no. 2, pp. 269- 274. DOI: [10.1109/70.54745](https://doi.org/10.1109/70.54745)
19. Koval'chuk A.K., Kulakov B.B., Kulakov D.B., Semenov S.E., Yarots V.V. *Osnovy teorii ispolnitel'nykh mekhanizmov shagayushchikh robotov* [Fundamentals of theory of an actuating mechanisms of walking robots]. Moscow, Rudomino Publ., 2010. 170 p. (in Russian).
20. Koval'chuk A.K., Karginov L.A. Kulakov D.B., Kulakov D.B., Semenov S.E., Yarots V.V., Vereikin A.A. *Modelirovanie drevovidnykh ispolnitel'nykh mekhanizmov shagayushchikh robotov s uchetom vneshnikh nalozhennykh svyazei* [Simulation of tree-like actuating mechanisms of walking robots with consideration of externally applied forces]. Certificate RF of state registration of computer program, no 2014612547, 2014. (in Russian).