

Машины и Установки проектирование, разработка и эксплуатация

Сетевое издание
МОО «Стратегия объединения»
<http://maplants-journal.ru>

Ссылка на статью:

//Машины и установки: проектирование,
разработка и эксплуатация.

МОО «Стратегия объединения»

Электрон. журн. 2024. № 1. С. 34 – 40.

DOI:

Представлена в редакцию: 28.05.2024

Принята к публикации: 30.10.2024

© МОО «Стратегия объединения»

УДК 62-84

Двумерный расчет теплообменника с учетом потерь давления и изменения плотности воздуха и газа¹

Степанов Г.Ю.

Москва, Россия

В статье изложен инженерный метод расчета кольцевого перекрестноточного теплообменника в двумерной постановке с учетом сжимаемости нагреваемого воздуха и охлаждаемого газа. Расчетные формулы получены на основе уравнений состояния и неразрывности применительно к воздуху и газу, уравнений теплового баланса, а также выражений для гидравлических потерь. Расчет по формулам производится последовательными итерациями, в результате которых находятся конечные температуры воздуха и газа, потери давления и КПД теплообменника. Быстрая сходимость расчета позволяет за 2-3 итерации определить главную – линейную – часть распределения параметров воздуха и газа в поперечном сечении теплообменника. При необходимости, повышение точности достигается увеличением числа итераций.

Ключевые слова: теплообменник, температурный КПД, потери давления.

Сначала рассмотрим теплообменник в нульмерном приближении, полагая все его параметры независимыми от координат и равными их средним значениям в характерных сечениях. Конкретно возьмем одну перекрестноточную секцию кольцевого теплообменника газотурбинного двигателя (см. рис. 1).

Принятые обозначения ясны из рисунка.

Все размеры теплообменника и параметры воздуха и газа на входе считаем известными. Для определения температуры T_m теплопередающей стенки (матрицы) и параметров воздуха и газа на выходе напишем необходимые термодинамические и гидравлические соотношения.

¹ Согласие на публикацию рукописи статьи дано ее правообладателем и автором книги «Об ученом «танкисте-астронавте» из династии Степановых. Сборник очерков и Воспоминаний» / Авторы-составители: М.М. Буренков, В.В. Соломай, Н.И. Троицкий. – М.: МЕГАЛИОН, 2017. – 320 с.

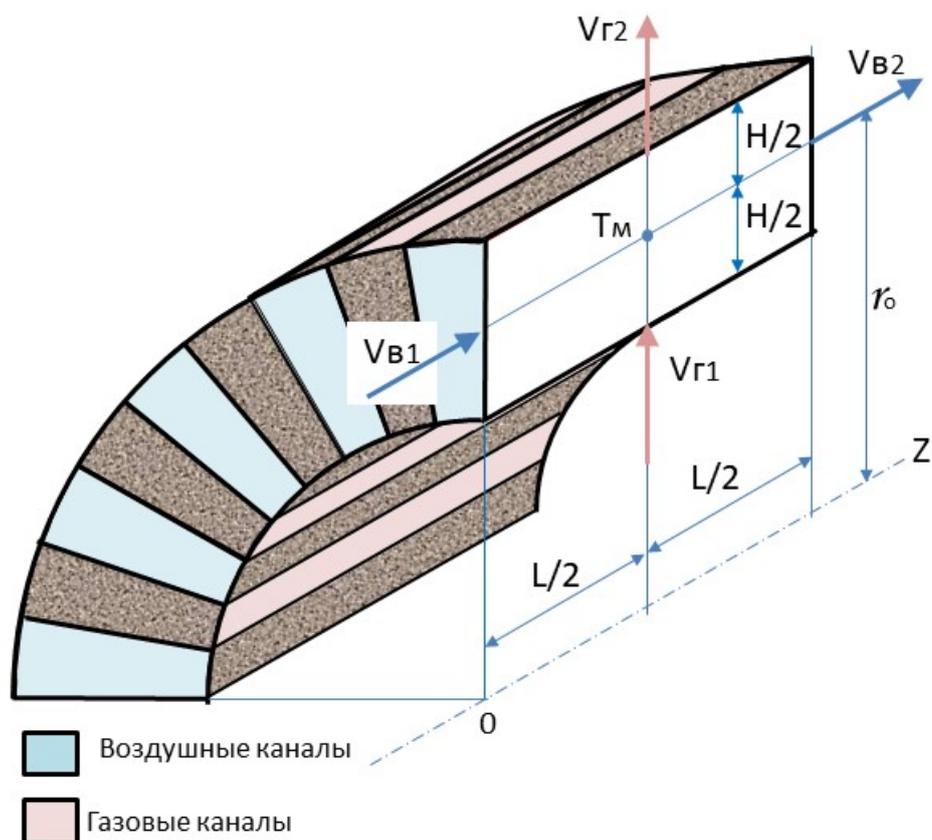


Рис. 1. Секция кольцевого перекрестноточного теплообменника.

1. Уравнения состояния $\rho = \frac{P}{RT}$. Ввиду малости потерь давления в каналах ($\Delta P \ll P$) примем, что в них (только для вычисления средних плотностей) $P \approx \text{const}$. Тогда плотности воздуха и газов будут равны:

$$\rho_{B1} = \frac{P_{B1}}{RT_{B1}}, \rho_{B2} = \frac{P_{B1} - \Delta P_B}{RT_{B2}} \approx \frac{P_{B1}}{RT_{B2}}, \rho_{G1} = \frac{P_{G1}}{RT_{G1}}, \rho_{G2} = \frac{P_{G1} - \Delta P_G}{RT_{G2}} \approx \frac{P_{G1}}{RT_{G2}}. \quad (1)$$

2. Уравнения неразрывности воздуха и газа:

$$\rho_{B1} V_{B1} = \rho_{B2} V_{B2}, \rho_{G1} V_{G1} (r_0 - H/2) = \rho_{G2} V_{G2} (r_0 + H/2). \quad (2)$$

Площади поперечных сечений для воздуха и газа соответственно равны:

$$S_{B1} = S_{B2} = S_B; \quad \frac{S_{G1}}{S_{G2}} = \frac{(r_0 - H/2)}{(r_0 + H/2)} = s.$$

Из формул (1) и (2) получаем:

$$V_{B2} = V_{B1} \frac{T_{B2}}{T_{B1}}, V_{G2} = s V_{G1} \frac{T_{G2}}{T_{G1}}. \quad (3)$$

3. Тепловые балансы. Теловым сопротивлением матрицы можем пренебречь, так как ее стенки тонкие. Тогда для теплового потока от матрицы к воздуху справедливо соотношение

$$\alpha_B F_B \left(T_M - \frac{T_{B1} + T_{B2}}{2} \right) = c_{pB} G_B (T_{B2} - T_{B1}) \equiv Q_B. \quad (4)$$

Аналогично для теплового потока от газа к матрице

$$\alpha_{\Gamma} F_{\Gamma} \left(\frac{T_{\Gamma 1} + T_{\Gamma 2}}{2} - T_{\text{М}} \right) = c_{\text{рГ}} G_{\Gamma} (T_{\Gamma 1} - T_{\Gamma 2}) \equiv Q_{\Gamma} . \quad (5)$$

Общий баланс:

$$Q_{\text{В}} = Q_{\Gamma} . \quad (6)$$

В уравнениях (4) – (6)

$$G = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} \cdot \frac{V_1 + V_2}{2} \cdot S = \frac{1}{4} \rho_1 V_1 S \left(1 + \rho_2 / \rho_1 \right) \left(1 + V_2 / V_1 \right),$$

F и S – площади омываемых поверхностей и проходных сечений матрицы. Теплоемкости $c_{\text{рВ}}$ и $c_{\text{рГ}}$ зависят от температур. Коэффициенты теплоотдачи $\alpha_{\text{В}}$ и α_{Γ} зависят от температурного фактора $T/T_{\text{М}}$ и от числа Рейнольдса $Re = \left(\frac{(V_1 + V_2)d}{2\nu} \right)$, где $d = \frac{4S}{\Pi}$ – гидравлический диаметр канала, S – площадь его проходного сечения, Π – периметр проходного сечения, ν коэффициент кинематической вязкости, V_1 и V_2 – скорости воздуха или газа на входе в матрицу и выходе из нее (см. рис.1).

Уравнения (4) – (6) перепишем в виде:

$$\left. \begin{aligned} \beta_{\text{В}}(2T_{\text{М}} - T_{\text{В1}} - T_{\text{В2}}) &= T_{\text{В2}} - T_{\text{В1}} \\ \beta_{\Gamma}(T_{\Gamma 1} + T_{\Gamma 2} - 2T_{\text{М}}) &= T_{\Gamma 1} - T_{\Gamma 2} \\ \gamma_{\text{В}}(2T_{\text{М}} - T_{\text{В1}} - T_{\text{В2}}) &= \gamma_{\Gamma}(T_{\Gamma 1} + T_{\Gamma 2} - 2T_{\text{М}}) \end{aligned} \right\}, \quad (7)$$

где безразмерные коэффициенты равны

$$\beta_{\text{В}} = \frac{2\alpha_{\text{В}}F_{\text{В}}}{c_{\text{рВ}}G_{\text{В}}} = \frac{8\alpha_{\text{В}}F_{\text{В}}}{c_{\text{рВ}}\rho_{\text{В1}}V_{\text{В1}}S_{\text{В}}(1 + \rho_{\text{В2}}/\rho_{\text{В1}})(1 + V_{\text{В2}}/V_{\text{В1}})},$$

$$\beta_{\Gamma} = \frac{2\alpha_{\Gamma}F_{\Gamma}}{c_{\text{рГ}}G_{\Gamma}} = \frac{8\alpha_{\Gamma}F_{\Gamma}}{c_{\text{рГ}}\rho_{\Gamma 1}V_{\Gamma 1}S_{\Gamma}(1 + \rho_{\Gamma 2}/\rho_{\Gamma 1})(1 + V_{\Gamma 2}/V_{\Gamma 1})},$$

$$\gamma_{\text{В}} = 2\alpha_{\text{В}}F_{\text{В}}, \quad \gamma_{\Gamma} = 2\alpha_{\Gamma}F_{\Gamma}, \quad \gamma = \frac{\gamma_{\text{В}}}{\gamma_{\Gamma}} = \frac{\alpha_{\text{В}}F_{\text{В}}}{\alpha_{\Gamma}F_{\Gamma}}.$$

Из уравнений (7) получаем формулы для расчета температур:

$$\left. \begin{aligned} T_{\text{В2}} &= \frac{2\beta_{\text{В}}T_{\Gamma 1} + [(1 - \beta_{\text{В}}) + \gamma(1 + \beta_{\Gamma})]T_{\text{В1}}}{(1 + \beta_{\text{В}}) + \gamma(1 + \beta_{\Gamma})} \\ T_{\Gamma 2} &= \frac{2\gamma\beta_{\Gamma}T_{\text{В1}} + [(1 + \beta_{\text{В}}) + \gamma(1 - \beta_{\Gamma})]T_{\Gamma 1}}{(1 + \beta_{\text{В}}) + \gamma(1 + \beta_{\Gamma})} \\ T_{\text{М}} &= \frac{(1 + \beta_{\text{В}})T_{\Gamma 1} + \gamma(1 + \beta_{\Gamma})T_{\text{В1}}}{(1 + \beta_{\text{В}}) + \gamma(1 + \beta_{\Gamma})} \end{aligned} \right\}, \quad (8)$$

4. Выражения гидравлических потерь давления воздуха и газа (два аналогичных выражения для $\Delta P_{\text{В}}$ и ΔP_{Γ}):

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \zeta_1 \rho_1 V_1^2 + \frac{1}{2} \lambda \frac{L}{d} \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} \left(\frac{V_1 + V_2}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \zeta_2 \rho_2 V_2^2 + (V_2 - V_1) \rho_1 V_1. \quad (9)$$

В (9) первый член – это потери давления на входе в каналы, второй – по их длине, третий – на выходе (потеря скоростного напора), последний член – это изменение давления из-за изменений скорости (реактивное давление). Коэффициент $\zeta \approx const$, а λ зависит от Re .

Пять уравнений (7) и (9) с учетом (3) содержат 5 неизвестных: $T_{B2}, T_{Г2}, T_M, P_{B2}, P_{Г2}$. Эти уравнения нелинейны, но их можно эффективно решать последовательными приближениями. В исходном приближении полагаем, что вдоль каналов $\rho \approx const$ и $V \approx const$ (несжимаемые воздух и газ в каналах постоянного сечения) и определяем по формулам (8) приближенные значения $T_{B2}, T_{Г2}, T_M$. Далее по этим значениям, учитывая (1) и (3), уточняем коэффициенты β и γ в (7) и повторяем вычисления $T_{B2}, T_{Г2}, T_M$ следующего приближения. После достижения необходимой точности результата (для практики достаточно одного приближения) можно вычислить основные показатели теплообменника:

- безразмерные потери давления через формулы (9)

$$\Delta \bar{P}_B = \frac{2\Delta P_B}{\rho_{B1} V_{B1}^2}; \quad \Delta \bar{P}_Г = \frac{2\Delta P_Г}{\rho_{Г1} V_{Г1}^2};$$

- КПД

$$\eta_{ТО} = \frac{T_{B2} - T_{B1}}{T_{Г1} - T_{B1}}. \quad (10)$$

Изложенный нульмерный расчет не учитывает схему теплообменника и дает одинаковые значения для $\Delta \bar{P}$ и $\eta_{ТО}$ при любой схеме движения воздуха и газа. Для уточнения этих значений следует учесть зависимости параметров течения и температуры T_M матрицы от координат r и z .

Для простейшего двумерного расчета разобьем рассматриваемый теплообменник на несколько колец с прямоугольными поперечными сечениями и произведем нульмерный расчет каждого кольца.

В качестве примера разделим теплообменник (рисунок 1) на четыре кольца с одинаковыми сечениями ($\frac{1}{4}HL$) и введем, для общности формул, индексные обозначения, как показано на рисунке 2.

Как известно, продольную теплопроводность матрицы можно не учитывать. Тогда для каждого кольца справедливы все написанные выше формулы, в которых индексы

$m, v1, v2, г1, г2$

надо заменить соответственно на

$m_{i,j}; v_{i-1,j}; v_{i+1,j}; г_{i,j-1}; г_{i,j+1}$ (в примере $i,j = 1,3$).

В формулах (3) из-за уменьшения размеров колец по r параметр $S = \frac{r_0 - H/4}{r_0 + H/4}$.

Исходные значения $T_{B03} = T_{B01} = T_{B0}$ и $T_{Г10} = T_{Г30} = T_{Г0}$ известны. За счет различных по величине гидравлических сопротивлений каналов возникает неравномерность скорости на входе, $V_{B01} \neq V_{B03}$ и $V_{Г10} \neq V_{Г30}$, при сохранении, однако, заданных расходов воздуха и газов:

$$\frac{V_{B01} + V_{B03}}{2} = V_{B0} \equiv \frac{G_B}{\rho_{B0} S_B}, \quad \frac{V_{Г10} + V_{Г30}}{2} = V_{Г0} \equiv \frac{G_Г}{\rho_{Г0} S_Г}.$$

Еще двумя новыми уравнениями являются постоянство по z и r давлений воздуха и газа на выходе:

$$P_{B41} = P_{B43} = P_{B4}, \quad P_{Г14} = P_{Г34} = P_{Г4}.$$

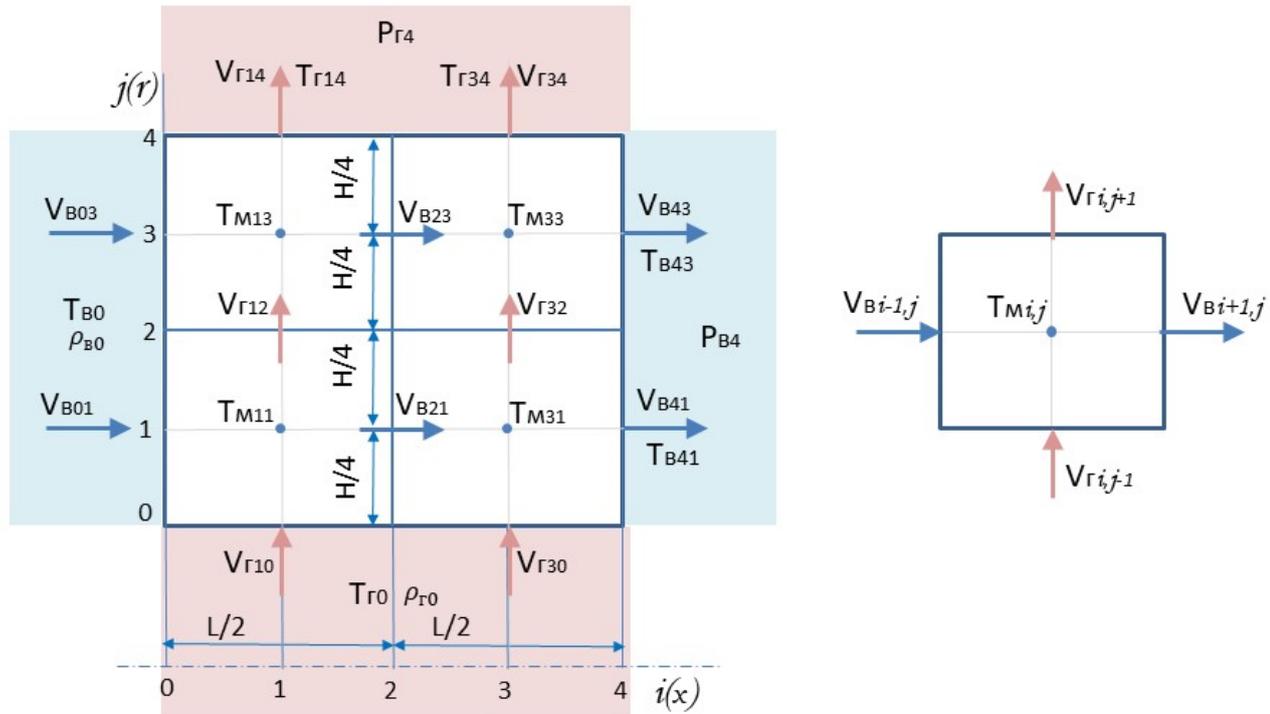


Рис. 2. Пример деления теплообменника (рисунок 1) на четыре кольца с одинаковыми сечениями.

Расчет, по-прежнему, надо производить последовательными приближениями. В исходном приближении (в предположении несжимаемости)

$$V_{B01} = V_{B21} = V_{B41} = V_{B03} = V_{B23} = V_{B43} = V_{B0},$$

$$V_{\Gamma10} = V_{\Gamma12} = V_{\Gamma14} = V_{\Gamma30} = V_{\Gamma32} = V_{\Gamma34} = V_{\Gamma0},$$

и все температуры находим, независимо от скоростей, последовательными приближениями по формулам (8), начиная от $i=j=1$, например:

$$T_{B21} = \frac{2\beta_B T_{\Gamma0} + [(1-\beta_B) + \gamma(1+\beta_\Gamma)] T_{B0}}{(1+\beta_B) + \gamma(1+\beta_\Gamma)},$$

$$T_{B41} = \frac{2\beta_B T_{\Gamma0} + [(1-\beta_B) + \gamma(1+\beta_\Gamma)] T_{B21}}{(1+\beta_B) + \gamma(1+\beta_\Gamma)},$$

$$T_{\Gamma12} = \frac{2\gamma\beta_\Gamma T_{B0} + [(1+\beta_B) + \gamma(1-\beta_\Gamma)] T_{\Gamma0}}{(1+\beta_B) + \gamma(1+\beta_\Gamma)},$$

$$T_{\Gamma14} = \frac{2\gamma\beta_\Gamma T_{B0} + [(1+\beta_B) + \gamma(1-\beta_\Gamma)] T_{\Gamma12}}{(1+\beta_B) + \gamma(1+\beta_\Gamma)},$$

$$T_{M11} = \frac{(1+\beta_B) T_{\Gamma0} + \gamma(1+\beta_\Gamma) T_{B0}}{(1+\beta_B) + \gamma(1+\beta_\Gamma)},$$

$$T_{M13} = \frac{(1+\beta_B) T_{\Gamma12} + \gamma(1+\beta_\Gamma) T_{B0}}{(1+\beta_B) + \gamma(1+\beta_\Gamma)}$$

и т.п.

В каждом приближении, после вычисления ρ и V , определяем скорости на входе V_{B01} , $V_{B03} = 2V_{B0} - V_{B01}$ и $V_{Г10}$, $V_{Г30} = 2V_{Г0} - V_{Г10}$ из условий постоянства давлений на выходе, выражаемых с помощью формул (9):

$$\begin{aligned} \Delta P_{B1} &= \frac{1}{2} \zeta_{B01} \rho_{B0} V_{B01}^2 + \frac{1}{2} \lambda_{B11} \frac{L/2}{d_B} \frac{\rho_{B01} + \rho_{B21}}{2} \left(\frac{V_{B01} + V_{B21}}{2} \right)^2 + \\ & \frac{1}{2} \lambda_{B31} \frac{L/2}{d_B} \frac{\rho_{B21} + \rho_{B41}}{2} \left(\frac{V_{B21} + V_{B41}}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \zeta_{B41} \rho_{B41} V_{B41}^2 + (V_{B41} - V_{B01}) \rho_{B0} V_{B01} \equiv \\ \Delta P_{B3} &= \frac{1}{2} \zeta_{B03} \rho_{B0} V_{B03}^2 + \frac{1}{2} \lambda_{B13} \frac{L/2}{d_B} \frac{\rho_{B03} + \rho_{B23}}{2} \left(\frac{V_{B03} + V_{B23}}{2} \right)^2 + \\ & \frac{1}{2} \lambda_{B33} \frac{L/2}{d_B} \frac{\rho_{B23} + \rho_{B43}}{2} \left(\frac{V_{B23} + V_{B43}}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \zeta_{B43} \rho_{B43} V_{B43}^2 + (V_{B43} - V_{B03}) \rho_{B0} V_{B03} \quad (11) \end{aligned}$$

и аналогичного выражения для $\Delta P_{Г1} = \Delta P_{Г3}$.

Отметим, что из использованных в (11) выражений потерь давления (9) потери на входе в канал и на выходе из него, а также реактивные давления учтены, конечно, только один раз.

Заменяя в (11) отношения скоростей и плотностей через отношения температур по формулам типа (1) и (3), получим уравнение, в которое V_{B01} входит явно (в его правой части индексы «в» опускаем):

$$\begin{aligned} \left(\frac{V_{B03}}{V_{B01}} \right)^2 &= \left(\frac{2V_{B0} - V_{B01}}{V_{B01}} \right)^2 = \\ & \frac{\zeta_{01} + \frac{\lambda_{11} L}{16d} \left(1 + \frac{T_0}{T_{21}}\right) \left(1 + \frac{T_{21}}{T_0}\right)^2 + 2 \left(\frac{T_{41}}{T_0} - 1\right) + \frac{T_{21}}{T_0} \left[\frac{\lambda_{31} L}{16d} \left(1 + \frac{T_{21}}{T_{41}}\right) \left(1 + \frac{T_{41}}{T_{21}}\right)^2 + \zeta_{41} \left(\frac{T_{41}}{T_{21}}\right)^2 \right]}{\zeta_{03} + \frac{\lambda_{13} L}{16d} \left(1 + \frac{T_0}{T_{23}}\right) \left(1 + \frac{T_{23}}{T_0}\right)^2 + 2 \left(\frac{T_{43}}{T_0} - 1\right) + \frac{T_{23}}{T_0} \left[\frac{\lambda_{33} L}{16d} \left(1 + \frac{T_{23}}{T_{43}}\right) \left(1 + \frac{T_{43}}{T_{23}}\right)^2 + \zeta_{43} \left(\frac{T_{43}}{T_{23}}\right)^2 \right]} \end{aligned}$$

Аналогичное уравнение получается для $V_{Г10}$.

КПД теплообменника (10) следует определять по среднemasсовой температуре T_{B4} воздуха на выходе:

$$\eta_{Г0} = \frac{T_{B4} - T_{B0}}{T_{Г0} - T_{B0}}, \quad T_{B4} = \frac{\rho_{B41} V_{B41} T_{B41} + \rho_{B43} V_{B43} T_{B43}}{\rho_{B41} V_{B41} + \rho_{B43} V_{B43}}.$$

Изложенный расчет можно непосредственно распространить на любую разбивку теплообменника. Принятая разбивка на 4 кольца позволяет определить главную – линейную – часть изменения параметров по координатам z и r , а также влияние сжимаемости воздуха и газа на основные показатели теплообменника.

АВТОР

Степанов Георгий Юрьевич (01.08.1922 – 15.10.2005), доктор физико-математических наук, профессор, Заслуженный деятель науки и техники РСФСР, почетный член Российской академии естественных наук (РАЕН), действительный член Международной Астронавтической академии, главный научный сотрудник НИИ механики МГУ.

Machines & Plants Design & Exploiting

*Electronic journal
International Public Organization
“Integration strategy”
<http://maplants-journal.ru>*

*//Machines and Plants:Design and Exploiting.
2024. № 1. pp. 34 – 40.*

DOI:

Received: 28.05.2024

Accepted for publication: 30.05.2024

© International Public Organization “Integration strategy”

Two-dimensional calculation of the heat exchanger taking into account pressure losses and changes in the density of air and gas²

Georgy U. Stepanov

Moscow, Russian Federation

The article describes an engineering method for calculating an annular cross-flow heat exchanger in a two-dimensional formulation, taking into account the compressibility of the heated air and the cooled gas. The calculation formulas are derived on the basis of the equations of state and continuity in relation to air and gas, the equations of thermal balance, as well as expressions for hydraulic losses. The calculation according to the formulas is carried out in successive iterations, as a result of which the final air and gas temperatures, pressure losses and efficiency of the heat exchanger are found. The rapid convergence of the calculation allows for 2-3 iterations to determine the main – linear – part of the distribution of air and gas parameters in the cross section of the heat exchanger. If necessary, an increase in accuracy is achieved by increasing the number of iterations.

Keywords: heat exchanger, temperature efficiency, pressure loss.

AUTHOR

Stepanov Georgy Yuryevich (01.08.1922 – 15.10.2005), Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Honored Worker of Science and Technology of the RSFSR, honorary member of the Russian Academy of Natural Sciences (RAS), full member of the International Astronautical Academy, chief Researcher of the Institute of Mechanics of Moscow State University.

² Consent to the publication of the manuscript of the article was given by the copyright holder and the author of the book "About the scientist "tank-cosmonaut" from the Stepanov dynasty. Collection of essays and memoirs" / Authors-compilers: M.M. Burenkov , V.V. Solomai, N.I. Troitsky . – M.: MEGALION, 2017. – 320 p.